Univerza v Ljubljani
Fakulteta za strojništvo

Izr. Prof. dr. Andrej Kitanovski
Asist. dr. Urban Tomc
Prof. dr. Alojz Poredoš

ZBIRKA REŠENIH PROBLEMOV IN NALOG

Učni pripomoček pri predmetu
Prenos toplote in snovi

Ljubljana, 2017

V tem delu so zbrane rešene računske vaje iz pedagoških vaj, izpitov in kolokvijev, ki smo jih v zadnjih treh letih izvedli v okviru Laboratorija za hlajenje in daljinsko energetiko pri predmetu Prenos toplote in snovi. To delo je torej prvo izmed številnih v seriji, ki jih bomo v okviru predmeta ponudili v pomoč študentom v prihodnjih letih.

Literatura, ki služi kot opora pri reševanju in razumevanju področja in ki jih posamezna naloga predstavlja, je sledeča:

[1] T.L. Bergamn, A.S. Lavine, F.P. Incropera, D.P. Dewitt: Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7th edition, John Wiley & Sons, 2011.

[2] H.D. Baehr, K. Stephan: Heat and Mass Transfer. Springer, 2011.

[3] B. Gašperšič: Prenos Toplote. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, 2001.

[4] J.H. Lienhard V, JH. Lienhard IV: A Heat Transfer Textbook. Dover Publications, 2011. ISBN: 9780486479316. [Preview with Google Books] A version of the textbook is available online, for free.

[5] A. Kitanovski, A. Poredoš: Prenos toplote in snovi: učno gradivo – skripta: študijsko leto 20011/2012. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2012. 1 el. optični disk (CD-ROM).

KAZALO VSEBINE

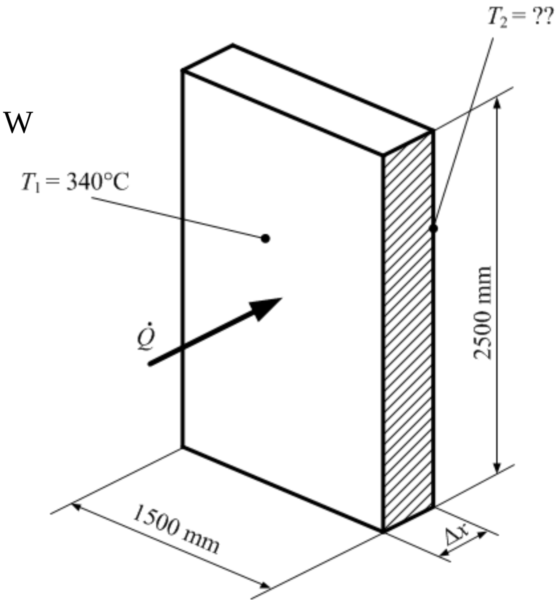
1. Prevod toplote

Naloga 1.1

Na levi strani stene imamo imamo vir toplote (npr. ogenj), ki nam je steno segrel do temperature T_1=340°C. Iščemo temperaturo T_2 na drugi strani stene.

PREDPOSTAVKE:

- Plošča je ravna
- Imamo stacionarno stanje
- Toplotni tok po celotni površini je $\dot{Q}$ =250 W



ZAHTEVA:

Poiščite temperaturo T_2, v primeru, da je stena iz:

a) Kamene volne (λ_{kv}=0.032 Wm^{-1}K^{-1})
b) Lesa (λ_{les}=0.17 Wm^{-1}K^{-1})
c) Betona (λ_{bet}=1.7 Wm^{-1}K^{-1})

in da je stena debeline:

- Δx=10 mm
- Δx=50 mm
- Δx=150 mm

Narišite tudi graf temperature v odvisnosti od debeline in materiala.

IZRAČUN:

Najprej izračunamo specifični toplotni tok:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{250}{1.5 \cdot 2.5} = 66.7 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Nato s pomočjo Fourie-jevega zakona prevoda toplote izrazimo računano temperaturo T_2:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{\Delta x}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{\dot{q} \cdot \Delta x}{\lambda}$$

a) Kamena volna

$$\Delta x = 10 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 340 - \frac{66.7 \cdot 0.01}{0.032} = 319.2°\text{C}$$

$$\Delta x = 50 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 235.8°\text{C}$$

$$\Delta x = 150 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 27.5°\text{C}$$

b) Les

$$\Delta x = 10 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 340 - \frac{66.7 \cdot 0.01}{0.17} = 336.1°\text{C}$$

$$\Delta x = 50 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 320.4°\text{C}$$

$$\Delta x = 150 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 281.2°\text{C}$$

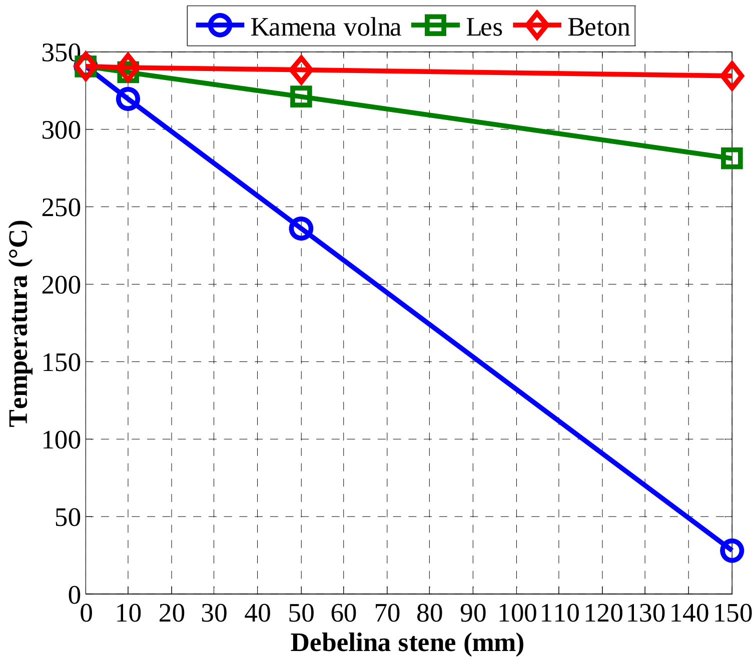
c) Beton

$$\Delta x = 10 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 340 - \frac{66.7 \cdot 0.01}{1.7} = 339.6°\text{C}$$

$$\Delta x = 50 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 338.0°\text{C}$$

$$\Delta x = 150 \text{ mm} \Rightarrow T_2 = 334.1°\text{C}$$

Na koncu lahko narišemo še graf temperature T_2 v odvisnosti od debeline stene:



Naloga 1.2

Imamo podoben primer kot v Nalogi 1, le da steni dodamo izolacijo debeline *100* mm.

PREDPOSTAVKE:

- Toplotni tok po celotni površini je $\dot{Q}$ =250 W

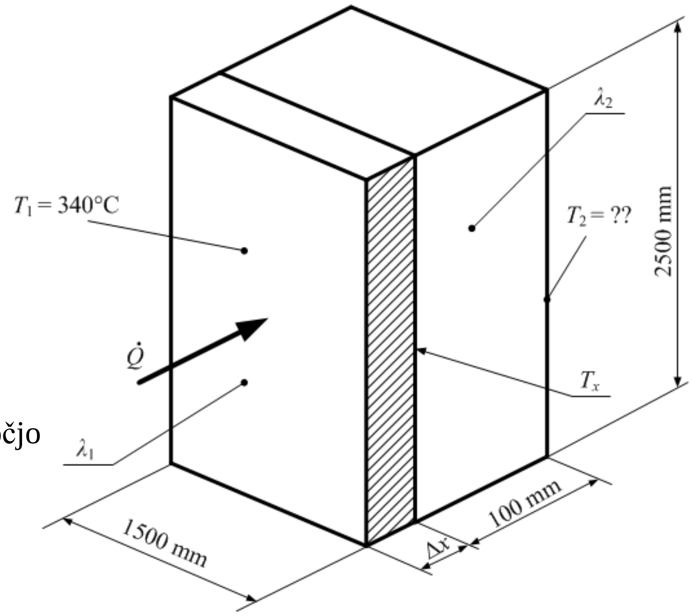
ZAHTEVA:

Poišči temperaturo T_2, v primeru, da je izolacija iz kamene volne, stena pa iz:

d) Kamene volne (λ_{kv}=0.032 $Wm^{-1}K^{-1}$)
e) Lesa (λ_{les}=0.17 $Wm^{-1}K^{-1}$)
f) Betona (λ_{bet}=1.7 $Wm^{-1}K^{-1}$)

In da je stena debeline:

- Δx=10 mm
- Δx=50 mm
- Δx=150 mm



IZRAČUN:

Najprej izrazimo toplotne upornosti s pomočjo Fourie-jevega zakona:

$$R_1 = \frac{T_1 - T_x}{\dot{Q}} = \frac{\Delta x (T_1 - T_x)}{-\lambda_1 \cdot A(T_x - T_1)} = \frac{\Delta x}{\lambda_1 \cdot A}$$

$$R_2 = \frac{T_x - T_2}{\dot{Q}} = \frac{d (T_x - T_2)}{-\lambda_2 \cdot A(T_2 - T_x)} = \frac{d}{\lambda_2 \cdot A}$$

Nato pa izrazimo končno enačbo za računanje temperature T_2:

$$R_{\mathrm{cel}} = R_1 + R_2 = \frac{T_1 - T_2}{\dot{Q}} \Rightarrow T_2 = T_1 - R_{\mathrm{cel}} \cdot \dot{Q}$$

Izračunamo toplotno upornost izolacije R_2, ki je enaka za vse primere:

$$R_2 = \frac{0.1}{0.032 \cdot 1.5 \cdot 2.5} = 0.833 \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

Nato lahko izračunamo še toplotne upornosti R_1 za vsak posamezen primer ter pripadajočo temperaturo T_2:

a) Kamena volna

$$\Delta x = 10 \text{ mm}$$

$$R_1 = \frac{0.01}{0.032 \cdot 1.5 \cdot 2.5} = 0.0833 \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$T_2 = 340 - (0.0833 + 0.833) \cdot 250 = 110.9 °\mathrm{C}$$

$$\Delta x = 50\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.417\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 27.5°\mathrm{C}$$

$$\Delta x = 150\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 1.25\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = -180.7°\mathrm{C}$$

b) Les

$$\Delta x = 10\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.0156\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 127.5°\mathrm{C}$$

$$\Delta x = 50\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.0784\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 112.2°\mathrm{C}$$

$$\Delta x = 150\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.235\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 73°\mathrm{C}$$

c) Beton

$$\Delta x = 10\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.0015\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 131.4°\mathrm{C}$$

$$\Delta x = 50\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.0078\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 129.8°\mathrm{C}$$

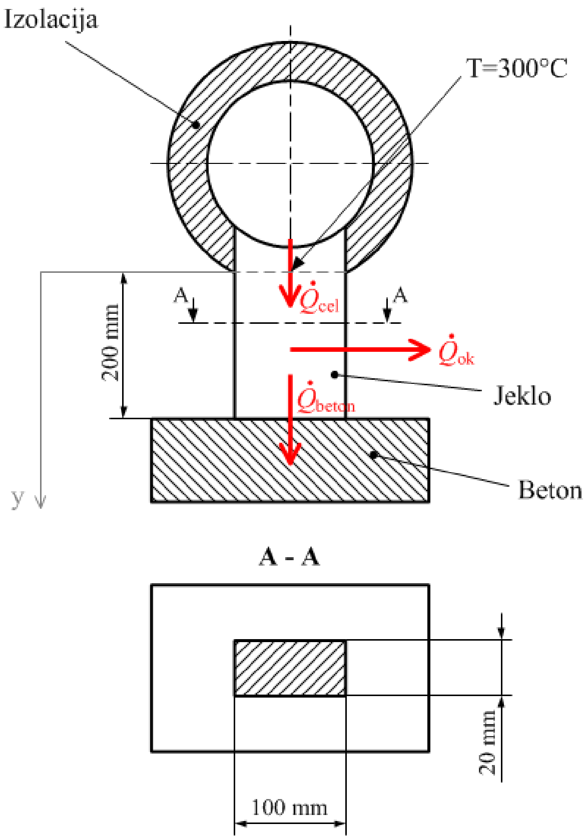
$$\Delta x = 150\ \mathrm{mm} \Rightarrow R_1 = 0.0235\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}} \Rightarrow T_2 = 125.9°\mathrm{C}$$

Naloga 1.3

Jekleni nosilec cevi, skozi katero teče para temperature 150°C, ima presek 100 mm × 20 mm. Ker je drugje izoliran, se večina toplotnega toka prevaja skozi jekleni nosilec. Tako lahko prenos toplote skozi izolacijo zanemarimo. Temperatura v nosilcu se spreminja po sledeči enačbi: $T(y) = 200y^2 - 400y + 300$.

PREDPOSTAVKE:

- Imamo stacionarno stanje
- Temperatura notranje stene cevi je enaka temperaturi pare
- Debelino cevi zanemarimo
- λ_{jekla}=59 $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$



ZAHTEVA:

Izračunajte kolikšen toplotni tok gre v beton in kolikšen v okolico.

IZRAČUN:

Fourie-jev zakona:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

Temperaturni profil po nosilcu:

$$T(y) = 200y^2 - 400y + 300$$

Odvod temperature po višini y je tako:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}y} = 400y - 400$$

Celotni toplotni tok:

$$\dot{Q}_{\text{cel}} = -\lambda_{\text{jekla}} \cdot A \cdot (400y - 400) = -59 \cdot 0.02 \cdot 0.1 \cdot (400 \cdot 0 - 400) = 47.2\ \text{W}$$

Toplotni tok na stiku med nosilcem in betonom:

$$\dot{Q}_{\text{beton}} = -\lambda_{\text{jekla}} \cdot A \cdot (400y - 400) = -59 \cdot 0.02 \cdot 0.1 \cdot (400 \cdot 0.2 - 400) = 37.8\ \text{W}$$

Toplotni tok, ki se prenaša v okolico:

$$\dot{Q}_{\text{ok}} = \dot{Q}_{\text{cel}} - \dot{Q}_{\text{beton}} = 47.2 - 37.8 = 9.4\ \text{W}$$

Naloga 1.4

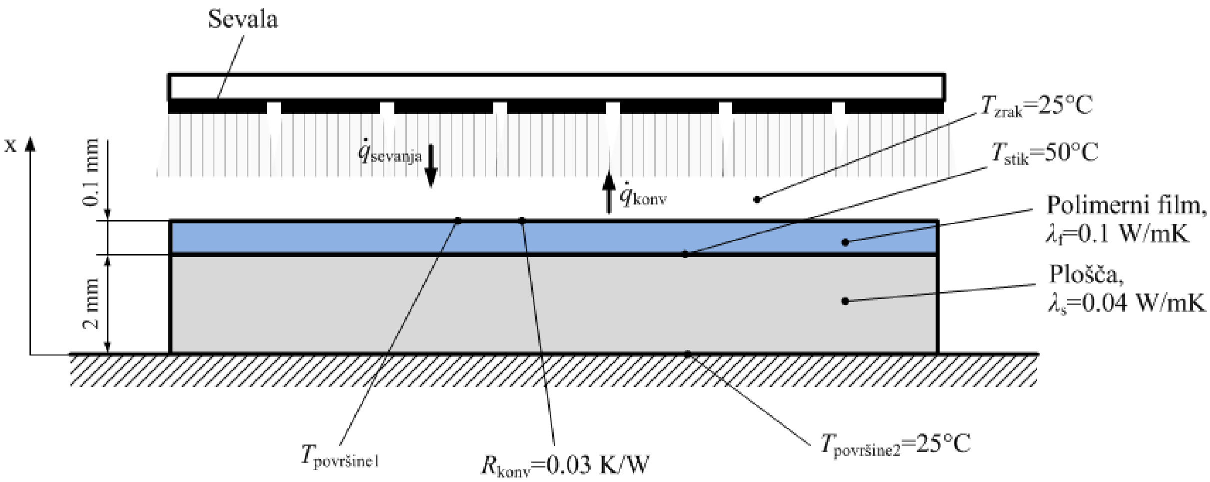
V proizvodnem procesu želimo s pomočjo sevanja utrditi polimerni film na substrat plošče s površino 2 m^2. Pri tem moramo vzdrževati temperaturo na stiku med polimernim filmom in substratom enako 50°C. Prav tako substrata ne želimo pregreti, zato vzdržujemo na dnu substrata temperaturo 25°C. Toplotni upor zaradi konvektivnega prenosa toplote je 0.03 KW^{-1}.

PREDPOSTAVKE:

- Imamo stacionarno stanje
- Enodimenzijski primer
- Sevanje na okolico zanemarimo

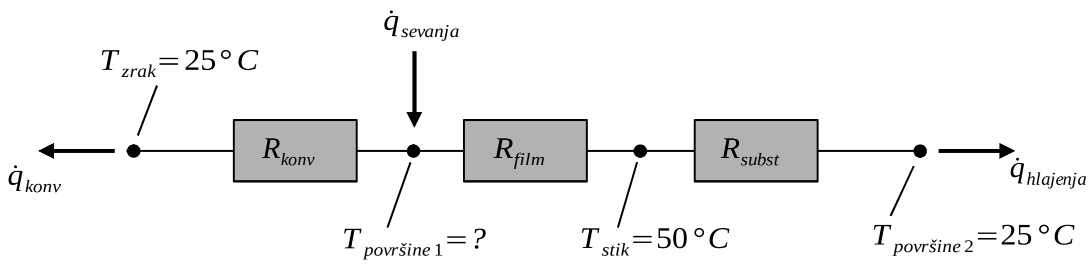
ZAHTEVA:

a) Narišite shemo toplotnih uporov in toplotnih tokov
b) Za dani primer določite potrebni specifični toplotni tok sevanja in vse toplotne tokove
c) Narišite potek temperatur v smeri *x*



IZRAČUN:

a) Shema toplotnih uporov:



Energijska bilanca:

$$\dot{q}_{\mathrm{sevanja}} = \dot{q}_{\mathrm{konv}} + \dot{q}_{\mathrm{hlajenja}}$$

Določimo vse toplotne upore:

$$R = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{\delta}{\lambda \cdot A}$$

$$R_{\mathrm{konv}} = 0.03\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_{\mathrm{film}} = \frac{\delta_{\mathrm{f}}}{\lambda_f \cdot A} = \frac{0.0001}{0.04 \cdot 2} = 0.00125\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_{\mathrm{subst}} = \frac{\delta_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{s}} \cdot A} = \frac{0.002}{0.1 \cdot 2} = 0.01\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

b) Toplotni tokovi

Hlajenje:

$$\dot{Q}_{\mathrm{hlajenja}} = \frac{T_{\mathrm{stik}} - T_{\mathrm{površine2}}}{R_{\mathrm{subst}}} = \frac{50 - 25}{0.01} = 2500\ \mathrm{W}$$

$$\dot{q}_{\mathrm{hlajenja}} = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{hlajenja}}}{A} = \frac{2500}{2} = 1250\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\dot{Q}_{\mathrm{hlajenja}} = \frac{T_{\mathrm{površine1}} - T_{\mathrm{površine2}}}{R_{\mathrm{film}} + R_{\mathrm{subst}}}$$

$$T_{\mathrm{površine1}} = \dot{Q}_{\mathrm{hlajenja}} \cdot (R_{\mathrm{film}} + R_{\mathrm{subst}}) + T_{\mathrm{površine2}} = 2500 \cdot (0.00125 + 0.01) + 25 = 53.1\,°\mathrm{C}$$

Konvektivni toplotni tok:

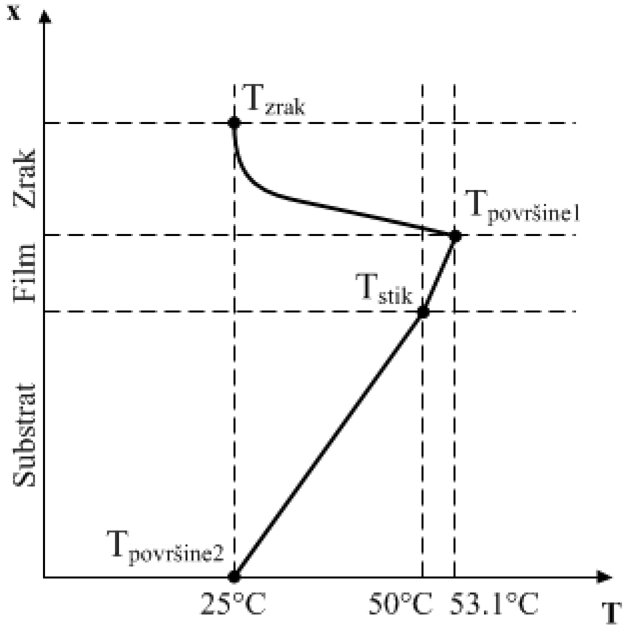
$$\dot{Q}_{\mathrm{konv}} = \frac{T_{\mathrm{površine1}} - T_{\mathrm{zrak}}}{R_{\mathrm{konv}}} = \frac{53.1 - 25}{0.03} = 937\ \mathrm{W}$$

$$\dot{q}_{\mathrm{konv}} = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{konv}}}{A} = \frac{937}{2} = 468.5\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Sevanje:

$$\dot{q}_{\mathrm{sevanja}} = \dot{q}_{\mathrm{konv}} + \dot{q}_{\mathrm{hlajenja}} = 468.5 + 1250 = 1718.5\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

c) Graf poteka temperature v smeri *x*:



Naloga 1.4

Imamo peč v obliki kocke, ki ima pri obratovanju temperaturo v notranjosti 1100°C, medtem ko je okolica temperature 30°C. Ovoj peči je sestavljen iz keramike debeline 20 mm, šamotne opeke debeline 70 mm, izolacije debeline 100 mm ter pločevine debeline 5 mm.

OSTALI PODATKI:

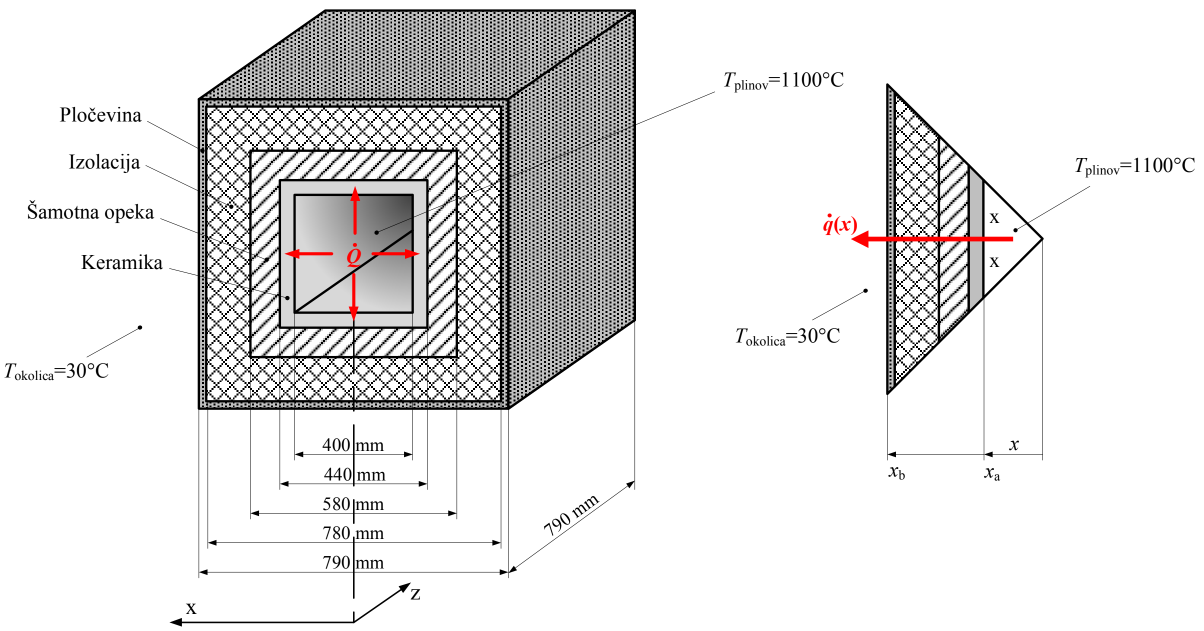
- $\lambda_{keramika}=20\ Wm^{-1}K^{-1}$
- $\lambda_{šamot}=1.12\ Wm^{-1}K^{-1}$
- $\lambda_{izolacija}=0.032\ Wm^{-1}K^{-1}$
- $\lambda_{pločevina}=50\ Wm^{-1}K^{-1}$

PREDPOSTAVKE:

- Imamo stacionarno stanje
- Enodimenzijski prevod toplote pravokotno na površino sten
- Toplotni tok v z-smeri zanemarimo
- Sevanje zanemarimo
- Temperatura zunanje in notranje stene peči je enaka temperaturi okolice in notranjosti
- Zaradi simetrije lahko obravnavamo šestino strukture peči
- Presek površine stene se spreminja!!

ZAHTEVA:

Izračunajte kakšen toplotni tok se prenaša iz notranjosti peči, skozi stene, na okolico.



IZRAČUN:

Najprej izrazimo kako se površina stene A spreminja v odvisnosti od x:

$A(x) = 4 \cdot (2 \cdot x)^2 \rightarrow$ ker imamo 4 stranice, skozi katere teče toplotni tok

Medtem, ko se toplotni tok ohranja (je konstanten), je specifični toplotni tok funkcija coordinate x:

$$\dot{q}(x) = -\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

$$\dot{Q} = \dot{q}(x) \cdot A(x)$$

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot 16 \cdot x^2 \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

Zgornjo enačbo integriramo:

$$\int_{x_\mathrm{a}}^{x_\mathrm{b}} \frac{\dot{Q}}{-\lambda \cdot 16 \cdot x^2} \mathrm{d}x = \int_{T_\mathrm{a}}^{T_\mathrm{B}} \mathrm{d}T\,(x)$$

$$\frac{\dot{Q}}{-16 \cdot \lambda} \int_{x_\mathrm{a}}^{x_\mathrm{b}} \frac{1}{x^2} \mathrm{d}x = \int_{T_\mathrm{a}}^{T_\mathrm{b}} \mathrm{d}T\,(x)$$

$$\frac{\dot{Q}(x)}{16 \cdot \lambda} \left(\frac{1}{x_\mathrm{b}} - \frac{1}{x_\mathrm{a}} \right) = T_\mathrm{b} - T_\mathrm{a}$$

Nato izračunamo vse toplotne upornosti po sledeči enačbi:

$$R_\mathrm{sloj} = \frac{T_\mathrm{a} - T_\mathrm{b}}{\dot{Q}} = \frac{\frac{1}{x_\mathrm{a}} - \frac{1}{x_\mathrm{b}}}{16 \cdot \lambda_\mathrm{sloj}}$$

$$R_\mathrm{keramika} = \frac{\frac{1}{0.2} - \frac{1}{0.22}}{16 \cdot 20} = 0.0014 \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_\mathrm{šamot} = \frac{\frac{1}{0.22} - \frac{1}{0.29}}{16 \cdot 1.12} = 0.061 \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_\mathrm{izolacija} = \frac{\frac{1}{0.29} - \frac{1}{0.39}}{16 \cdot 0.032} = 1.727 \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_\mathrm{pločevina} = \frac{\frac{1}{0.39} - \frac{1}{0.395}}{16 \cdot 50} = 4.057 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

$$R_{\mathrm{cel}} = \sum R_i = R_{\mathrm{keramika}} + R_{\mathrm{šamot}} + R_{\mathrm{izolacija}} + R_{\mathrm{pločevina}}$$
$$= 0.0014 + 0.061 + 1.727 + 4.057 \cdot 10^{-5} = 1.789\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

Sedaj lahko izračunamo toplotni tok iz notranjosti peči v okolico:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{\mathrm{cel}}} = \frac{1100 - 30}{1.789} = 598\ \mathrm{W}$$

Naloga 1.5

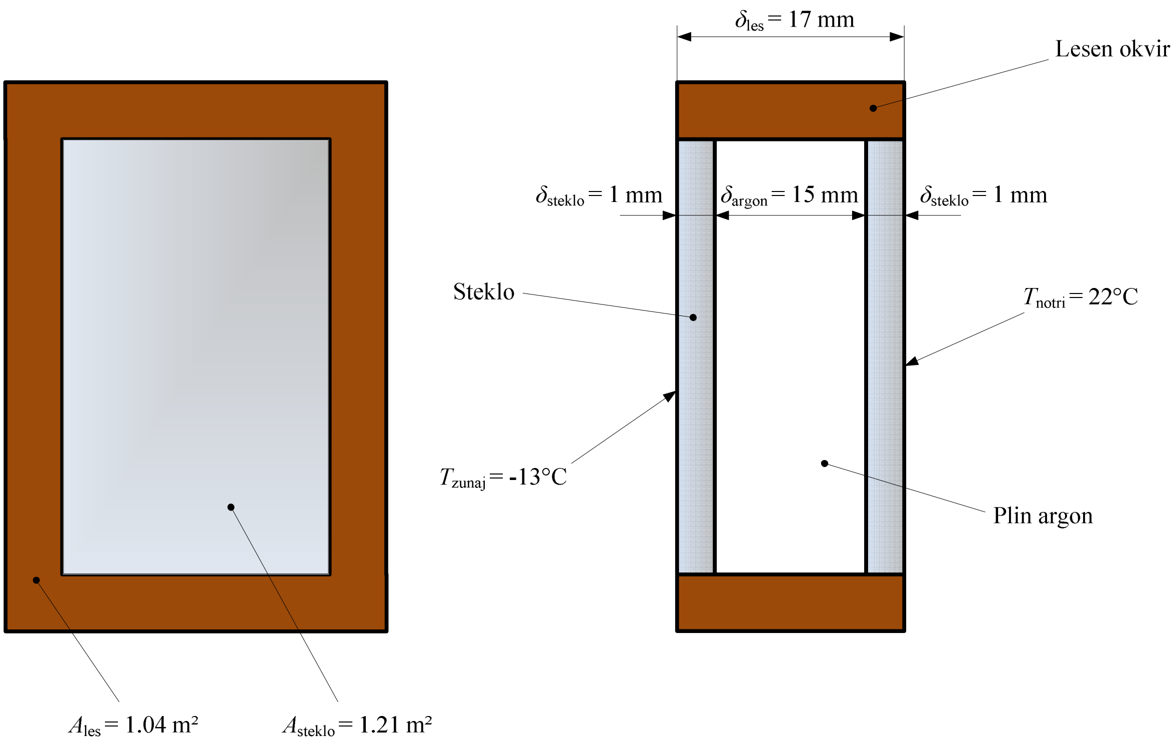
Obravnavamo okno, ki ima lesen okvir ter dvojno plast stekla. Med dvema steklenima površinama, ločenima z razdaljo 15 mm, je plin argon. Steklo ima površino 1.21 m^2 ter debelino 1 mm, medtem ko ima lesen okvir površino 1.04 m^2 ter debelino 17 mm. Na notranji površini okna je temperatura 22°C, medtem ko je na zunanji površini -13°C.

PREDPOSTAVKE:

- Imamo stacionarno stanje
- Enodimenzijski primer
- λ_{steklo}=0.76 $Wm^{-1}K^{-1}$
- λ_{les}=0.14 $Wm^{-1}K^{-1}$
- λ_{argon}=0.0177 $Wm^{-1}K^{-1}$

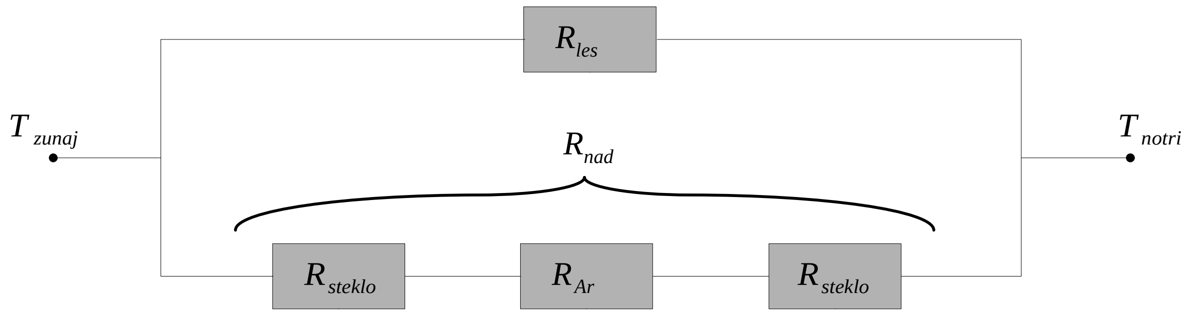
ZAHTEVA:

Izračunajte kakšen toplotni tok teče skozi okno.



IZRAČUN:

Najprej narišemo shemo toplotnih uporov:



Toplotni upori posameznih elementov:

$$R_{\text{steklo}} = \frac{\delta_{\text{steklo}}}{A_{\text{steklo}} \cdot \lambda_{\text{steklo}}} = \frac{0.001}{1.21 \cdot 0.76} = 0.0011\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{Ar}} = \frac{\delta_{\text{Ar}}}{A_{\text{Ar}} \cdot \lambda_{Ar}} = \frac{0.015}{1.21 \cdot 0.0177} = 0.7\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{les}} = \frac{\delta_{\text{les}}}{A_{\text{les}} \cdot \lambda_{\text{les}}} = \frac{0.017}{1.04 \cdot 0.14} = 0.117\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Skupna toplotna upornost stekla in plina (zaporedna vezava):

$$R_{\text{nad}} = 2 \cdot R_{\text{stekla}} + R_{\text{Ar}} = 2 \cdot 0.0011 + 0.7 = 0.7022\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Celotna toplotna upornost okna (vzporedna vezava):

$$\frac{1}{R_{\text{cel}}} = \frac{1}{R_{\text{nad}}} + \frac{1}{R_{\text{les}}}$$

$$R_{\text{cel}} = \left(\frac{1}{0.7022} + \frac{1}{0.117}\right)^{-1} = 0.1\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Toplotni tok skozi okno:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\text{notri}} - T_{\text{zunaj}}}{R_{\text{cel}}} = \frac{22 - (-13)}{0.1} = 350\ \text{W}$$

Naloga 1.6

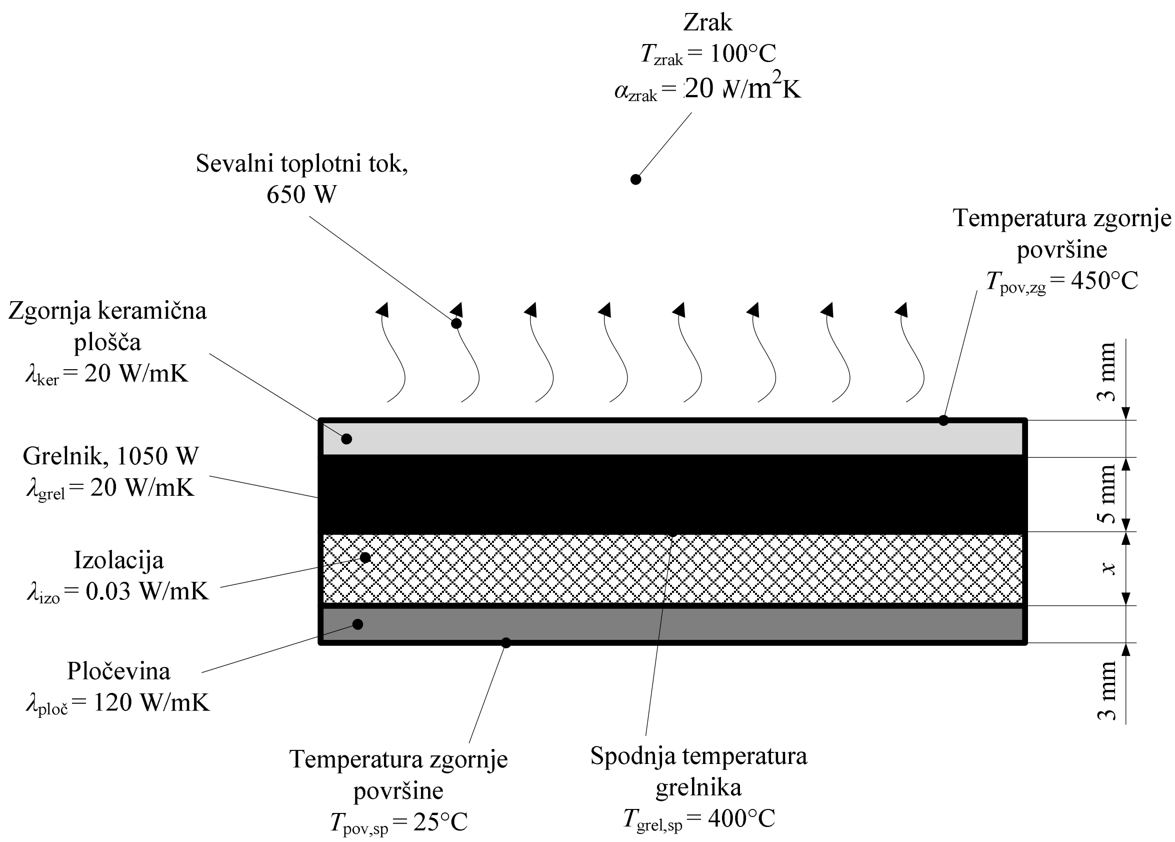
Za grelno ploščo na sliki moramo določiti tako debelino izolacije, kateri bo ustrezala maksimalna temperatura grelnika 400°C (del, ki generira toploto). Predebela izolacija bo vodila do previsoke temperature na spodnji strani grelnika, pretanka pa do previsoke temperature na pločevini na spodnji strani konstrukcije oziroma do večjih toplotnih izgub. Prenos toplote na vrhu grelne plošče se vrši s pomočjo konvekcije in sevanja. Določite debelino izolacije pri kateri bo ustrezala spodnja temperatura grelnika (maksimalno 400°C).

PREDPOSTAVKE:

- Stacionarno stanje
- Enodimenzijski primer
- Prenos toplote na stranicah grelnika zanemarimo

PODATKI (ostali podatki so podani na skici):

- Površina grelnika A = 0.05 m^2
- Volumen dela, ki generira toploto $V = 25 \cdot 10^{-5}$ m^3



IZRAČUN:

Najprej izračunamo kolikšen je konvektivni toplotni tok:

$$\dot{Q}_{\mathrm{konv}} = \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\mathrm{pov,zg}} - T_{\mathrm{zrak}}\right) = 20 \cdot 0.05 \cdot (450 - 100) = 350\ \mathrm{W}$$

Ker sevalni toplotni tok poznamo, lahko sedaj izračunamo koliko toplotnega toka teče iz grelnika navzgor:

$$\dot{Q}_{\mathrm{gor}} = \dot{Q}_{\mathrm{konv}} + \dot{Q}_{\mathrm{sev}} = 350 + 650 = 1000\ \mathrm{W}$$

Torej teče navzdol sledeči toplotni tok:

$$\dot{Q}_{\mathrm{dol}} = \dot{Q}_{\mathrm{grelnik}} - \dot{Q}_{\mathrm{gor}} = 1050 - 1000 = 50\ \mathrm{W}$$

Sedaj lahko izračunamo potrebno debelino izolacije:

$$\dot{Q}_{\mathrm{dol}} = \frac{T_{\mathrm{grel,sp}} - T_{\mathrm{pov,sp}}}{\sum R_i} = \frac{T_{\mathrm{grel,sp}} - T_{\mathrm{pov,sp}}}{\frac{x_{\mathrm{izo}}}{\lambda_{\mathrm{izo}} \cdot A} + \frac{\delta_{\mathrm{ploč}}}{\lambda_{\mathrm{ploč}} \cdot A}}$$

$$x_{\mathrm{izo}} = \lambda_{\mathrm{izo}} \cdot A \cdot \left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{grel,sp}} - T_{\mathrm{pov,sp}}}{\dot{Q}_{\mathrm{dol}}} - \frac{\delta_{\mathrm{ploč}}}{\lambda_{\mathrm{ploč}} \cdot A}\right)$$

$$x_{\mathrm{izo}} = 0.03 \cdot 0.05 \cdot \left(\frac{400 - 25}{50} - \frac{0.003}{120 \cdot 0.005}\right)$$

$$x_{\mathrm{izo}} = 11.2\ \mathrm{mm}$$

2. Prestop toplote – zunanji tok

Naloga 2.1

Skozi strešno okno na sliki, katerega tvorita leseni okvir in enojno steklo, teče toplotni tok. Okno obteka na zunanji strani zrak s hitrostjo 15 m s^{-1}. Za dani primer narišite shemo toplotnih upornosti ter glede na prikazano sliko izračunajte kolikšen je toplotni tok.

PREDPOSTAVKE:

- Stacionarno stanje
- Enodimenzijski primer
- popolnoma turbulenten tok zraka na zunanji strani okna
- Konstantne lastnosti
- Sevanje zanemarimo

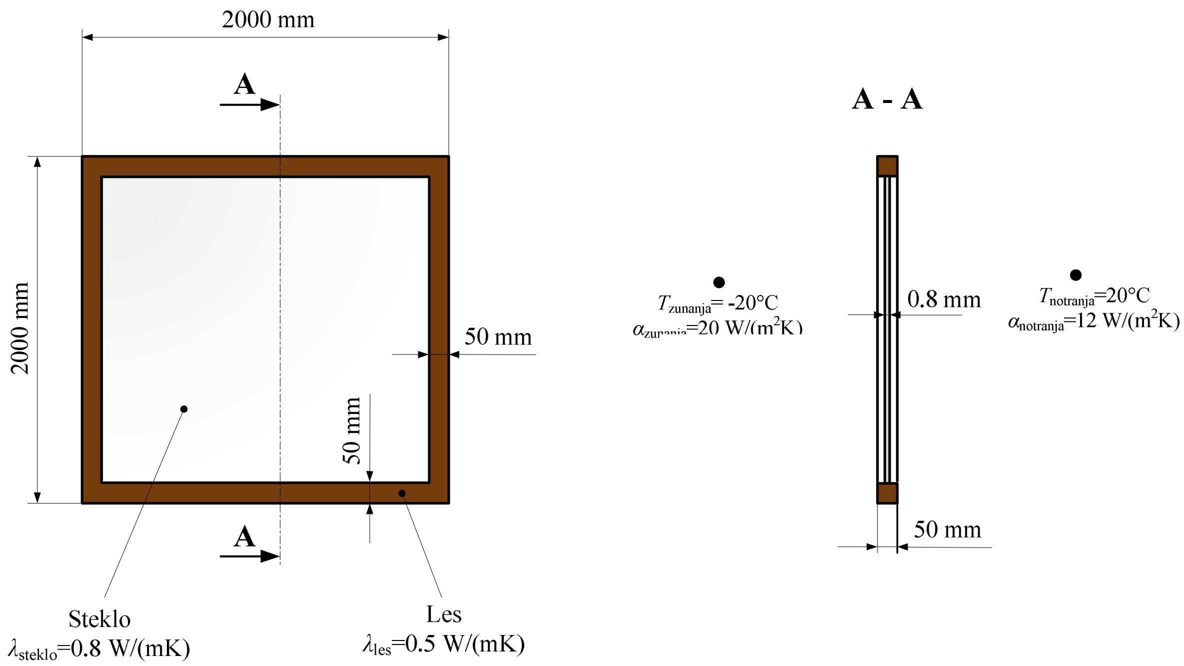
PODATKI (ostali podatki so podani na skici):

Zunanji zrak

- $v = 1.18 \cdot 10^{-5}$ m^2
- $\rho = 1.376$ kg m^{-3}
- $c_p = 1005$ J kg^{-1} K^{-1}
- $\lambda = 0.0221$ W m^{-1} K^{-1}
- Karakteristična dolžina pri prestopu toplote = celotna dolžina okna = 2 m

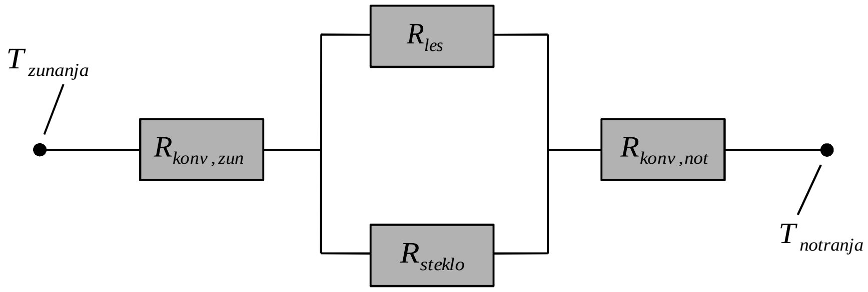
POMOČ:

$$Nu = 0.037 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{1/3}$$



IZRAČUN:

Shema toplotnih uporov:



Najprej izračunamo vse toplotne upornosti:

$$R_{\text{konv,not}} = \frac{1}{\alpha_{\text{notranja}} \cdot A} = \frac{1}{12 \cdot 2^2} = 0.0208\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{steklo}} = \frac{\delta_{\text{steklo}}}{\lambda_{\text{steklo}} \cdot A_{\text{steklo}}} = \frac{0.0008}{0.8 \cdot 1.9^2} = 0.00028\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{les}} = \frac{\delta_{\text{les}}}{\lambda_{\text{les}} \cdot A_{\text{les}}} = \frac{0.05}{0.5 \cdot (2^2 - 1.9^2)} = 0.2564\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Za toplotno upornost zaradi konvekcije na zunanji strani okna, moramo najprej izračunati toplotno prestopnost:

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu} = \frac{15 \cdot 2}{1.18 \cdot 10^{-5}} = 2542373 \quad \rightarrow \quad \text{Turbulentni tok } (Re_{\text{krit}} = 500000, \text{za ploščo})$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu \cdot \rho \cdot c_p}{\lambda} = \frac{1.18 \cdot 10^{-5} \cdot 1.376 \cdot 1005}{0.0221} = 0.74$$

$$Nu = 0.037 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{1/3} = 0.037 \cdot 2542373^{0.8} \cdot 0.74^{1/3} = 4454$$

$$Nu = \frac{\alpha_{\text{zunanja}} \cdot L}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{\text{zunanja}} = \frac{Nu \cdot \lambda}{L} = \frac{4533 \cdot 0.0221}{2} = 49.2\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Sedaj izračunamo še toplotno upornost zaradi konvekcije na zunanji strani okna:

$$R_{\text{konv,zun}} = \frac{1}{\alpha_{\text{zunanja}} \cdot A} = \frac{1}{49.2 \cdot 2^2} = 0.00508\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Nato izračunamo nadomestno toplotno upornost za okvir in steklo (vzporedna vezava):

$$\frac{1}{R_{\mathrm{nad}}} = \frac{1}{R_{\mathrm{les}}} + \frac{1}{R_{\mathrm{steklo}}}$$

$$R_{\mathrm{nad}} = \left(\frac{1}{0.2564} + \frac{1}{0.00028}\right)^{-1} = 0.00028\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

Ter še celotno toplotno upornost okna (zaporedna vezava):

$$R_{\mathrm{cel}} = R_{\mathrm{konv,zun}} + R_{\mathrm{nad}} + R_{\mathrm{konv,not}} = 0.00508 + 0.00028 + 0.0208 = 0.02616\ \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

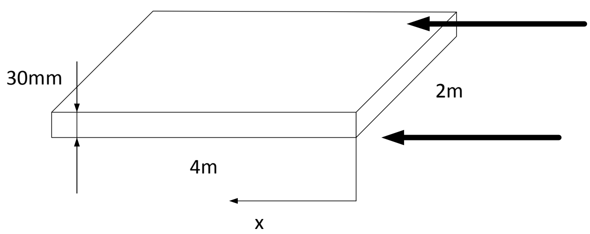
Končno lahko določimo še toplotni tok, ki teče skozi okno:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{\mathrm{cel}}} = \frac{T_{\mathrm{notranja}} - T_{\mathrm{zunanja}}}{R_{\mathrm{cel}}} = \frac{20 - (-20)}{0.02616} = 1529\ \mathrm{W}$$

Naloga 2.2

Kaljenje jekla je proces toplotne obdelave, ki jeklu poveča trdnost in trdoto. Proces je sestavljen iz štirih faz; segrevanja, gretja, gašenja in popuščanja. Poglejmo si natančneje postopek gašenja. Jekleno ploščo je po fazi gretja potrebno hitro ohladiti, da preprečimo tvorjenje karbidov, ki negativno vplivajo na korozijsko odpornost nerjavnega jekla. Navadno se jekla gasi z vodo, močno legirana pa tudi z zrakom. Gašenje z vodo traja nekaj minut, izračunaj koliko časa bi trajalo gašenje z zrakom pri naslednjih pogojih.

a) Jeklena plošča dolžine *4* m, širine *2* m, debeline *30* mm ima temperaturo *990*°C. Na ploščo pihamo zrak z vstopno temperaturo 10°C pod kotom tako, da je komponenta hitrosti, ki je vzporedna s ploščo 30 m s^{-1}. Koliko časa moramo z obeh strani hladiti ploščo, da jo bomo ohladili na 190°C? Gostota jekla je 7800 kg m^{-3}, c_p = 460 J kg^{-1} K^{-1} in toplotna prevodnost 50 W m^{-1} K^{-1}. Prenos toplote na robovih jeklene plošče zanemarimo.



b) Jeklena plošča dolžine 4 m, širine 2 m, debeline 30 mm ima temperaturo 990°C. Ploščo hitro ohladimo tako, da nanjo pihamo z zrakom iz šobe s karakteristično dolžino *D*=0.02 m z obeh strani, s temperaturo 10°C in hitrostjo 36 m s^{-1}. Koliko časa moramo hladiti ploščo, da jo bomo ohladili na 190°C? Gostota jekla je 7800 kg m^{-3}, *cp* = 460 J kg^{-1} K^{-1} in toplotna prevodnost 50 W m^{-1} K^{-1}.

Namig: Enačba, ki se v takem primeru uporablja je sledeča. Pri tem se *Re* število računa glede na šobo:

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0,42}} = 0{,}1135 \cdot Re^{2/3}$$

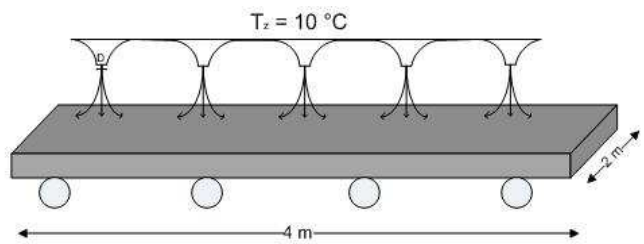


Tabela: Lastnosti zraka

T **(°C)**	***ρ*** **(kg/m³)**	***λ*** **(W/mK)**	c_p **(J/kgK)**	***ν*** **(m²/s)**	***Pr***
10	1,246	0,02439	1006	$1{,}426 \cdot 10^{-5}$	0,7336
100	0,9458	0,03095	1009	$2{,}306 \cdot 10^{-5}$	0,7111
500	0,4565	0,0557	1093	$7{,}806 \cdot 10^{-5}$	0,6986

IZRAČUN:

a) Vse lastnosti za zrak vzamemo pri povprečni temperaturi 500°C in ne pri 10°C.

Najprej določimo kritično Re_{kr} število, ki je 500000 (za ravno ploščo), iz tega pa kritično dolžino, pri kateri imamo prehod iz laminarnega v turbulentni tok.

$$Re_{\mathrm{kr}} = \frac{v \cdot x_{\mathrm{kr}}}{\nu}$$

$$x_{\mathrm{kr}} = \frac{Re_{\mathrm{kr}} \cdot \nu}{v} = \frac{500000 \cdot 30}{7.806 \cdot 10^{-5}} = 1.3\ \mathrm{m}$$

Sedaj je potrebno izračunati Bioto-ovo število, a za izračun potrebujemo toplotno prestopnost. Ker imamo opravka tako z laminarnim kot turbulentnim tokom, izračunamo Nusselt-ovo število za mešano območje:

$$Nu = (0.037 \cdot Re^{4/5} - A) \cdot Pr^{1/3}$$

Pri tem je koeficient A:

$$A = 0.037 \cdot Re_{\mathrm{kr}}^{4/5} - 0.664 \cdot Re_{\mathrm{kr}}^{1/2}$$

V primeru, da imamo le turbulentni tok, je *A*=0.

Najprej izračunamo Reynolds-ovo število:

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu} = \frac{30 \cdot 4}{7.806 \cdot 10^{-5}} = 1537279$$

In nato še Nusselt-ovo število po zgornji korelaciji:

$$Nu = 2154$$

Sedaj lahko izračunamo toplotno prestopnost po osnovni enačbi za *Nu*:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda_{\mathrm{zrak}}}$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_{\mathrm{zrak}}}{L} = \frac{2154 \cdot 0.0557}{4} = 30\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}}$$

Nato izračunamo Biot-ovo število in tako preverimo, ali lahko zanemarimo temperaturni gradient znotraj plošče:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot \delta/2}{\lambda_{\text{jeklo}}} = \frac{30 \cdot 0.015}{50} = 0.009 < 0.1$$

Pri Biot-u smo vzeli $\delta/2$, ker imamo prevod z obeh strani plošče.

Ker je $Bi<0.1$ lahko čas gašenja plošče rešujemo s sledečo enačbo:

$$-\alpha \cdot A \cdot (T_{\text{jeklo}} - T_{\text{zrak}}) = m_{\text{jeklo}} \cdot c_{p,\text{jeklo}} \frac{\mathrm{d}T_{\text{jeklo}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_0^t \mathrm{d}t = \frac{m_{\text{jeklo}} \cdot c_{p,\text{jeklo}}}{-\alpha \cdot A} \int_{T_{\text{zač}}}^{T_{\text{kon}}} \frac{1}{T_{\text{jeklo}} - T_{\text{zrak}}} \mathrm{d}T_{\text{jeklo}}$$

$$t = \frac{m_{\text{jeklo}} \cdot c_{p,\text{jeklo}}}{-\alpha \cdot A} \cdot \ln \frac{T_{\text{jeklo,kon}} - T_{\text{zrak}}}{T_{\text{jeklo,zač}} - T_{\text{zrak}}}$$

$$t = \frac{4 \cdot 2 \cdot 0.003 \cdot 7800 \cdot 460}{-30 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4} \cdot \ln \frac{190 - 10}{990 - 10}$$

$$t = 3040 \text{ s}$$

b) Pri tem primeru, ko imamo po celotni dolžini plošče šobe (na obeh straneh), ki pihajo s temperaturo 10°C pa privzamemo lastnosti zraka pri 10°C.

REŠITEV:

Toplotna prestopnost: α = 166 W/m^{2}K

Čas gašenja plošče: t = 549 s

Naloga 2.3

Avtomobil prične enakomerno zavirati, zaradi česar se ustavi v 5 s. Pri tem se vsa kinetična energija prenese na prednji zavori. Vsaka izmed zavor je sestavljena iz dveh vzporednih zavornih diskov, kot kaže slika spodaj. Posledica tega je, da se v času 5 s generira na posameznem disku, debeline 7 mm, povprečna toplotna moč 20 kW (torej 80 kW na obeh zavorah s skupno 4 diski). Izračunajte temperaturo diska, ko se avtomobil ustavi.

PREDPOSTAVKE:

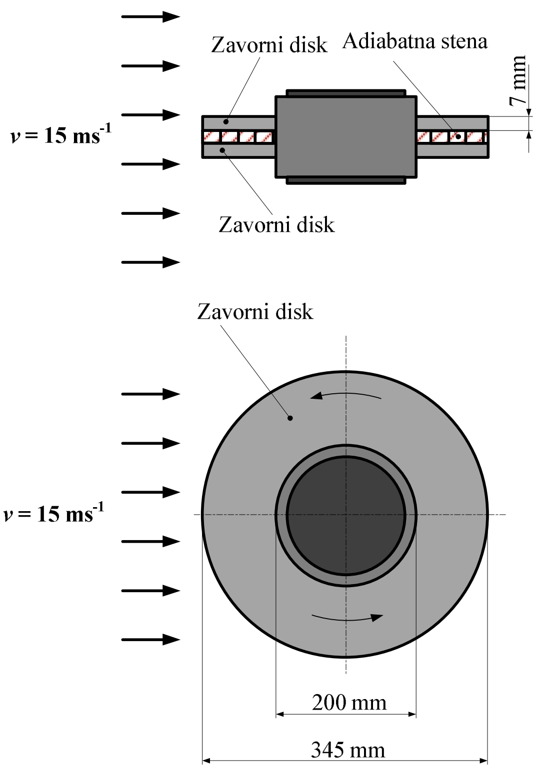
- Konstanten toplotni tok med zrakom in diskom
- Posamezni disk se hladi samo z zunanje strani, na notranji strani pa ima adiabatno steno
- Prenos toplote preko robov diskov ne obravnavamo
- Upoštevamo samo ¾ površine diska (že podano pri podatkih za površino A_{disk})

OSTALI PODATKI:

Zrak:
- T_{zrak} = 25°C
- v_{zrak} = 15 m s^{-1}
- ν_{zrak} = 1.56 $\cdot 10^{-5}$ m^2 s^{-1}
- $c_{p,zrak}$ = 1005 J kg^{-1} K^{-1}
- ρ_{zrak} = 1.177 kg m^{-3}
- λ_{zrak} = 0.026 W m^{-1} K^{-1}

Disk:
- $T_{disk,zač}$ = 25°C
- $c_{p,disk}$ = 490 J kg^{-1} K^{-1}
- ρ_{disk} = 7900 kg m^{-3}
- λ_{disk} = 80 W m^{-1} K^{-1}
- m_{disk} = 3.4 kg (en disk)
- Površina prenosa toplote enega diska, A_{disk}=0.046 m^2
- Kakrakteristična dolžina diska z vidika hitrostnih razmer in prestopa toplote je 250 mm (uporabljena kot ekvivalent za ploščo)


http://conyersnissanservice.com/services/brakes/



IZRAČUN:

Najprej preverimo, ali imamo laminarni, ali turbulentni tok, pri čemer uporabimo vrednost podane karakteristične dolžine:

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu_{\text{zrak}}} = \frac{15 \cdot 0.25}{1.56 \cdot 10^{-5}} = 240384 \quad \rightarrow \quad \text{Laminarni tok } (Re_{\text{krit}} = \ 500000, \text{za ploščo})$$

Za izračun Nusselt-ovega števila, potrebujemo Prandtl-ovo število:

$$Pr = \frac{\nu_{\text{zrak}}}{a_{\text{zrak}}} = \frac{\nu_{\text{zrak}} \cdot \rho_{\text{zrak}} \cdot c_{p,\text{zrak}}}{\lambda_{\text{zrak}}} = \frac{1.56 \cdot 10^{-5} \cdot 1.177 \cdot 1005}{0.026} = 0.71$$

Izračunamo povprečno Nusselt-ovo število pri laminarnem toku, pri čemer upoštevamo prej podano karakteristično dolžino:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} \cdot L}{\lambda_{\text{zrak}}} = 0.68 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} = 0.68 \cdot 240384^{\frac{1}{2}} \cdot 0.71^{\frac{1}{3}} = 297.4$$

ter povprečno toplotno prestopnost iz zavor na zrak:

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda_{\text{zrak}}}{L} = \frac{297.4 \cdot 0.026}{0.25} = 30.9 \ \frac{W}{m^2 K}$$

Preden zapišemo bilančno toplotno enačbo, preverimo, ali lahko pri izračunu zanemarimo temperaturni gradient v disku:

$$Bi = \frac{\bar{\alpha} \cdot \delta_{\text{disk}}}{\lambda_{\text{disk}}} = \frac{30.9 \cdot 0.007}{80} = 0.0027 < 0.1 \quad \rightarrow \quad \text{Lahko zanemarimo temperaturni gradient}$$

Temperaturo diska lahko sedaj izračunamo po sledeči enačbi:

$$\dot{Q}_{\text{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\text{disk}} \cdot (T_{\text{disk}} - T_{\text{zrak}}) = m_{\text{disk}} \cdot c_{p,\text{disk}} \cdot \frac{\mathrm{d}T_{\text{disk}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{1}{m_{\text{disk}} \cdot c_{p,\text{disk}}} \cdot \mathrm{d}t = \frac{1}{\dot{Q}_{\text{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\text{disk}} \cdot (T_{\text{disk}} - T_{\text{zrak}})} \cdot \mathrm{d}T_{\text{disk}}$$

Sedaj zaradi lažjega izračuna uvedemo novo spremenljivko:

$$u = \dot{Q}_{\text{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\text{disk}} \cdot (T_{\text{disk}} - T_{\text{zrak}})$$

$$\mathrm{d}u = -\bar{\alpha} \cdot A_{\text{disk}} \cdot \mathrm{d}T_{\text{disk}}$$

$$\mathrm{d}T_{\text{disk}} = -\frac{1}{\bar{\alpha} \cdot A_{\text{disk}}} \cdot \mathrm{d}u$$

Enačbo sedaj integriramo v mejah. Za čas vzamemo vrednosti od začetnega časa t=0, do končnega časa t=t. Za vrednosti u vzamemo u_1 – začetna vrednost ter u_2 – končna vrednost.

$$\frac{1}{m_{\mathrm{disk}} \cdot c_{p,\mathrm{disk}}} \cdot \int_0^t \mathrm{d}t = -\frac{1}{\bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{u} \cdot \mathrm{d}u$$

$$t = -\frac{m_{\mathrm{disk}} \cdot c_{p,\mathrm{disk}}}{\bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}}} \cdot \ln \frac{u_2}{u_1}$$

$$t = -\frac{m_{\mathrm{disk}} \cdot c_{p,\mathrm{disk}}}{\bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}}} \cdot \ln \frac{\dot{Q}_{\mathrm{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}} \cdot \left(T_{\mathrm{disk,kon}} - T_{\mathrm{zrak}}\right)}{\dot{Q}_{\mathrm{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}} \cdot \left(T_{\mathrm{disk,zač}} - T_{\mathrm{zrak}}\right)}$$

$$\mathrm{e}^{\frac{-t \cdot \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}}}{m_{disk} \cdot c_{p,disk}}} = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}} \cdot \left(T_{\mathrm{disk,kon}} - T_{\mathrm{zrak}}\right)}{\dot{Q}_{\mathrm{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}} \cdot \left(T_{\mathrm{disk,zač}} - T_{\mathrm{zrak}}\right)}$$

$$T_{\mathrm{disk,kon}} = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{generacija}} - \mathrm{e}^{\frac{-t \cdot \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}}}{m_{disk} \cdot c_{p,disk}}} \cdot \left(\dot{Q}_{\mathrm{generacija}} - \bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}} \cdot \left(T_{\mathrm{disk,zač}} - T_{\mathrm{zrak}}\right)\right)}{\bar{\alpha} \cdot A_{\mathrm{disk}}} + T_{\mathrm{zrak}}$$

$$T_{\mathrm{disk,kon}} = \frac{20000 - \mathrm{e}^{\frac{-5 \cdot 30.9 \cdot 0.046}{3.4 \cdot 490}} \cdot \left(20000 - 30.9 \cdot 0.046 \cdot (25 - 25)\right)}{30.9 \cdot 0.046} + 25$$

$$T_{\mathrm{disk,kon}} = 84.9°C$$

Naloga 2.4

Trenje v krogličnem ležaju generira toplotni tok 120 W. Ko se prične ležaj vrteti, se toplota zaradi trenja prenaša na olje, ki ga dovajamo iz hladilnika olja in pri katerem predvidimo konstantno temperaturo olja enako 28°C. Po določenem času se vzpostavi stacionarno stanje. Določite temperaturo kroglic ležaja po času 10 s in temperaturo kroglic ležaja v stacionarnem stanju.

PREDPOSTAVKE:

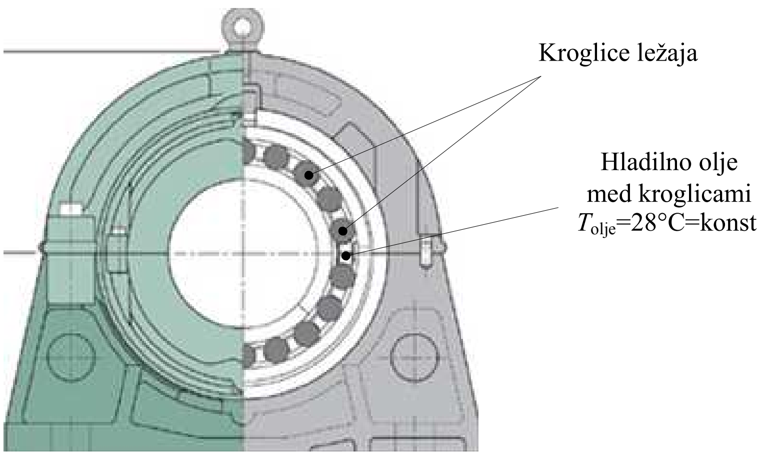
- Na zunanjem plašču ležaja je adiabatna stena.

PODATKI:

- Masa vseh kroglic m_{kroglic} = 0.176 kg
- Povprečna toplotna prestopnost α = 500 W m^{-2} K^{-1}
- Površina vseh kroglic A_{kroglic} = 8.5 · 10^{-3} m^{2}
- Toplotna prevodnost kroglic λ_{kroglic} = 90 W m^{-1} K^{-1}
- Specifična toplota kroglic $c_{p,\text{kroglic}}$ = 380 J kg^{-1} K^{-1}
- Karakteristična dolžina za kroglico $L = \frac{D}{6}$
- T_{olja} = 28°C
- $T_{\text{kroglic, začetna}}$ = 28°C

POMOČ:

$$-A \cdot \alpha \cdot \left(T_{\text{kroglic}} - T_{\text{olja}}\right) + \dot{Q}_{\text{g}} = m_{\text{kroglic}} \cdot c_{p,\text{kroglic}} \cdot \frac{\mathrm{d}T_{\text{kroglic}}}{\mathrm{d}\tau}$$



IZRAČUN:

Nastavimo enačbo:

$$-A \cdot \alpha \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic}} - T_{\mathrm{olja}}\right) + \dot{Q}_{\mathrm{g}} = m_{\mathrm{kroglic}} \cdot c_{p,\mathrm{kroglic}} \cdot \frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{kroglic}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{d}t = \frac{m_{\mathrm{kroglic}} \cdot c_{p,\mathrm{kroglic}}}{-A \cdot \alpha \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic}} - T_{\mathrm{olja}}\right) + \dot{Q}_{\mathrm{g}}} \cdot \mathrm{d}T_{\mathrm{kroglic}}$$

Uvedemo novo spremenljivko:

$$u = -A \cdot \alpha \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic}} - T_{\mathrm{olja}}\right) + \dot{Q}_{\mathrm{g}}$$

$$\mathrm{d}u = -A \cdot \alpha \cdot \mathrm{d}T_{\mathrm{kroglic}}$$

$$\mathrm{d}T_{\mathrm{kroglic}} = -\frac{1}{\alpha \cdot A} \cdot \mathrm{d}u$$

In nadaljujemo:

$$\int_0^t \mathrm{d}t = -\frac{m_{\mathrm{kroglic}} \cdot c_{p,\mathrm{kroglic}}}{\alpha \cdot A} \cdot \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{u} \cdot \mathrm{d}u$$

$$t = -\frac{m_{\mathrm{kroglic}} \cdot c_{p,\mathrm{kroglic}}}{\alpha \cdot A} \cdot \ln \frac{\dot{Q}_{\mathrm{q}} - \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic,kon}} - T_{\mathrm{olja}}\right)}{\dot{Q}_{\mathrm{q}} - \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic,zač}} - T_{\mathrm{olja}}\right)}$$

$$\left[\dot{Q}_{\mathrm{q}} - \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic,zač}} - T_{\mathrm{olja}}\right)\right] \cdot \mathrm{e}^{\frac{-t \cdot \alpha \cdot A}{m_{\mathrm{kroglic}} \cdot c_{p,\mathrm{kroglic}}}} = \dot{Q}_{\mathrm{q}} - \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic,kon}} - T_{\mathrm{olja}}\right)$$

$$T_{\mathrm{kroglic,kon}} = \frac{\left[\dot{Q}_{\mathrm{q}} - \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\mathrm{kroglic,zač}} - T_{\mathrm{olja}}\right)\right] \cdot \mathrm{e}^{\frac{-t \cdot \alpha \cdot A}{m_{\mathrm{kroglic}} \cdot c_{p,\mathrm{kroglic}}}} - \dot{Q}_{\mathrm{g}}}{-\alpha \cdot A} + T_{\mathrm{olja}}$$

Sedaj lahko izračunamo kolikšna je temperatura kroglic po *10 s*:

$$T_{\mathrm{kroglic,kon}} = \frac{\left[120 - 500 \cdot 8.5 \cdot 10^{-3} \cdot (28 - 28)\right] \cdot \mathrm{e}^{\frac{-10 \cdot 500 \cdot 8.5 \cdot 10^{-3}}{0.176 \cdot 380}} - 120}{-500 \cdot 8.5 \cdot 10^{-3}} + 28 = 41.3\,^{\circ}\mathrm{C}$$

Izračunamo še kolikšna je temperatura kroglic v stacionarnem stanju:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \left(T_{\text{kroglic,kon}} - T_{\text{olja}}\right)$$

$$T_{\text{kroglic,kon}} = T_{\text{olja}} + \frac{\dot{Q}}{\alpha \cdot A} = 28 + \frac{120}{500 \cdot 8.5 \cdot 10^{-3}} = 56.2\text{°C}$$

3. Prestop toplote – notranji tok

Naloga 3.1

Skozi cev, nameščeno v sprejemniku sončne energije se pretaka voda. Kolikšna je izstopna temperature vode, če enkrat upoštevamo konstanten toplotni tok na celotno cev, drugič pa konstantno temperature notranje površine cevi?

OSTALI PODATKI:

L=10 m (dolžina cevi)

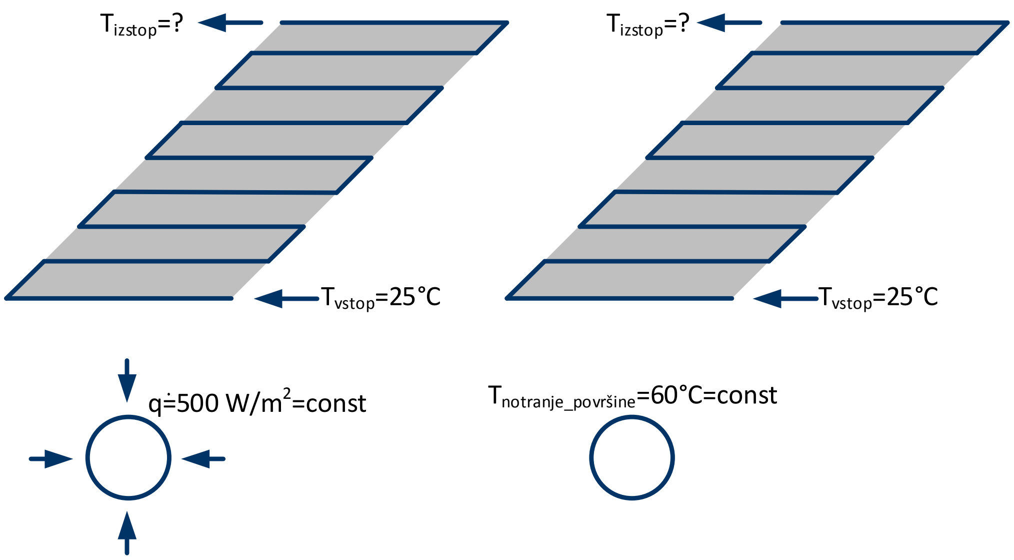
v=0.3 m s^{-1} (hitrost vode v cevi)

ρ = 1000 kg m^{-3} (gostota vode)

c_p= 4200 J kg^{-1} K^{-1} (specifična toplota vode)

d = 8 mm (notranji premer cevi)

$\overline{\alpha}$ = 100 W m^{-2} K^{-1} (notranja povprečna toplotna prestopnost)



IZRAČUN:

a) Naprej obravnavamo rešitev za konstantni toplotni tok.

Sprememba temperature vzdolž cevi se bo vršila na sledeč način:

$$\mathrm{dT_{vode}} = \frac{\dot{q} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot \mathrm{d}x$$

V kolikor zgornjo enačbo integriramo v mejah od začetka do konca cevi, potem dobimo:

$$\int_{T_{\mathrm{vstop}}}^{T_{\mathrm{izstop}}} \mathrm{d}T_{\mathrm{vode}} = \frac{\dot{q} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot \int_0^L \mathrm{d}x$$

Sledi:

$$\int_{T_{\mathrm{vstop}}}^{T_{\mathrm{izstop}}} \mathrm{d}T_{\mathrm{vode}} = \frac{\dot{q} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot \int_0^L \mathrm{d}x$$

Oziroma:

$$T_{\mathrm{izstop}} = T_{\mathrm{vstop}} + \frac{\dot{q} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot L$$

Obseg *O* izračunamo s sledečim izrazom:

$$O = \pi \cdot d = 3.141 \cdot 0.008 = 0.0251 \text{ m}$$

Masni tok izračunamo s sledečim izrazom:

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A = 1000 \cdot 0.3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.008^2}{4} = 0.0151 \text{ kg/s}$$

Sedaj izračunamo temperature izstopa vode za konstanten toplotni tok:

$$T_{\mathrm{izstop}} = 25 + \frac{500 \cdot 0.0251}{0.0151 \cdot 4200} \cdot 10 = 26.98\ ^{\circ}\mathrm{C}$$

b) V drugem delu naloge izračunamo primer, ko imamo konstantno temperature notranje površine cevi.

V tem primeru velja sledeči zapis:

$$\mathrm{d}T_{\mathrm{vode}} = \frac{\dot{q} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot \mathrm{d}x = \frac{\bar{\alpha} \cdot \left(T_{\mathrm{notranje\_površine}} - T_{\mathrm{vode}}\right) \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot \mathrm{d}x$$

Sledi:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{vode}}}{\left(T_{\mathrm{notranje\_površine}} - T_{\mathrm{vode}}\right)} = \frac{\bar{\alpha} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot \mathrm{d}x$$

Sedaj zopet integriramo zgornjo enačbo v enakih mejah kot prej, za lažje reševanje pa uvedemo novo spremenljivko:

$$u = T_{\text{notranje\_površine}} - T_{\text{vode}}$$

Sledi

$$\mathrm{d}u = -\mathrm{d}T_{\text{vode}}$$

Z integracijo od T_{vstop} do T_{izstop} po celotni dolžini cevi $x=L$ dobimo naslednjo rešitev:

$$\ln \frac{T_{\text{notranje\_površine}} - T_{\text{izstop}}}{T_{\text{notranje\_površine}} - T_{\text{vstop}}} = -\frac{\bar{\alpha} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot L$$

Sledi:

$$\ln \frac{T_{\text{notranje\_površine}} - T_{\text{izstop}}}{T_{\text{notranje\_površine}} - T_{\text{vstop}}} = -\frac{\bar{\alpha} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot L$$

$$T_{\text{izstop}} = T_{\text{notranje\_površine}} - \left(T_{\text{notranje\_površine}} - T_{\text{vstop}}\right) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\bar{\alpha} \cdot O}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot L}$$

Sedaj s pomočjo že znanih podatkov izračunamo:

$$T_{\text{izstop}} = 60 - (60 - 25) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{100 \cdot 0.0251}{0.0151 \cdot 4200} \cdot 10} = 36.44\ ^\circ\mathrm{C}$$

Naloga 3.2

Na danem primeru na sliki z dvema grelnikoma s konstantnim toplotnim tokom ogrevamo vodo, ki teče skozi kanal.

DOLOČITE:

a) Toplotni tok, ki se prenaša na vodo.
b) Toplotni tok, ki predstavlja izgube na okolico
c) Izstopno temperaturo vode
d) Povprečno temperaturno razliko med vodo in notranjo steno grelnika

PREDPOSTAVKE:

- Stacionarno stanje

- Konstanten toplotni tok (POZOR, površina ogrevanja ni enaka celotni notranji površini kanala)

- Polnorazvit tok

PODATKI:

- Temperatura stene vsakega grelnika na zunanji strani proti okolici je 60°C

- Hitrost vode $v_{\text{voda}} = 0.07$ m s^{-1}

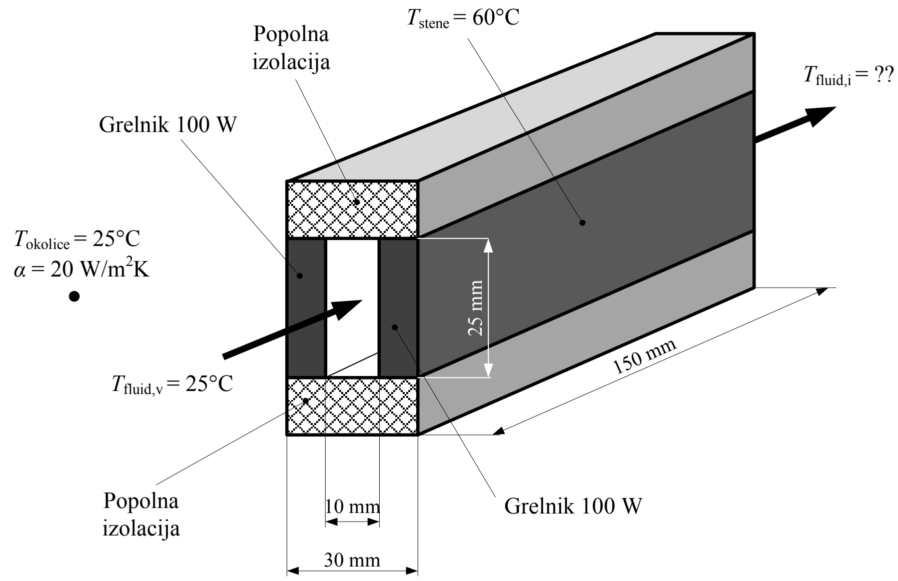
- Gostota vode $\rho_{\text{voda}} = 983.2$ kg m^{-3}

- Specifična toplota vode $c_{p,\text{voda}} = 4183$ J kg^{-1} K^{-1}

- Kinematična viskoznost vode $\nu_{\text{voda}} = 4.746 \cdot 10^{-7}$ m^2 s^{-1}

- Toplotna prevodnost vode $\lambda_{\text{voda}} = 0.654$ W m^{-1} K^{-1}

- $Nu = 4.4$



IZRAČUN:

Najprej določimo hidravlični premer in Reynolds-ovo število:

$$D_H = \frac{4 \cdot A}{O} = \frac{4 \cdot 0.01 \cdot 0.025}{2 \cdot 0.01 + 2 \cdot 0.025} = 0.0143 \text{ m}$$

$$Re = \frac{v_{\text{voda}} \cdot D_H}{\nu_{\text{voda}}} = \frac{0.07 \cdot 0.0143}{4.746 \cdot 10^{-7}} = 2109 \quad \rightarrow \quad \text{Tok je laminaren}$$

Nato določimo Nusselt-ovo število pri laminarnem toku ter toplotno prestopnost na notranji strani kanala:

$Nu = 4.4$ $\rightarrow$ Ker imamo laminarni tok in konstantni toplotni tok na stenah kanala

$$Nu = \frac{\alpha_{\text{not}} \cdot D_H}{\lambda_{\text{voda}}} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{\text{not}} = \frac{Nu \cdot \lambda_{\text{voda}}}{D_H} = \frac{4.4 \cdot 0.654}{0.0143} = 201.2 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Izračunamo toplotne izgube v okolico:

$$\dot{Q}_{\text{izg}} = \alpha_{\text{zun}} \cdot A_{\text{zun}} \cdot \left(T_{\text{stene,zun}} - T_{\text{okolice}}\right)$$

$$\dot{Q}_{\text{izg}} = 20 \cdot (2 \cdot 0.15 \cdot 0.025 + 4 \cdot 0.01 \cdot 0.025) \cdot (60 - 25) = 6 \text{ W}$$

Toplotni tok, ki se prenaša na vodo:

$$\dot{Q}_{\text{dej}} = 2 \cdot \dot{Q}_{\text{grelnik}} - \dot{Q}_{\text{izg}} = 2 \cdot 100 - 6 = 194 \text{ W}$$

Izstopna temperatura vode:

$$\dot{Q}_{\text{dej}} = \dot{m}_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}} \cdot \left(T_{\text{fluid,i}} - T_{\text{fluid,v}}\right)$$

$$T_{\text{fluid,i}} = T_{\text{fluid,v}} + \frac{\dot{Q}_{\text{dej}}}{v_{\text{voda}} \cdot A \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}}} = 25 + \frac{194}{0.07 \cdot 0.01 \cdot 0.025 \cdot 983.2 \cdot 4183} = 27.7°\text{C}$$

Povprečna temperaturna razlika med vodo in notranjo steno grelnika:

$\dot{Q}_{\mathrm{dej}} = \alpha_{\mathrm{not}} \cdot A_{\mathrm{not}} \cdot \Delta\bar{T}$

$$\Delta\bar{T} = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{dej}}}{\alpha_{\mathrm{not}} \cdot A_{\mathrm{not}}} = \frac{194}{201.2 \cdot 2 \cdot 0.025 \cdot 0.15} = 128.6°\mathrm{C}$$

Naloga 3.3

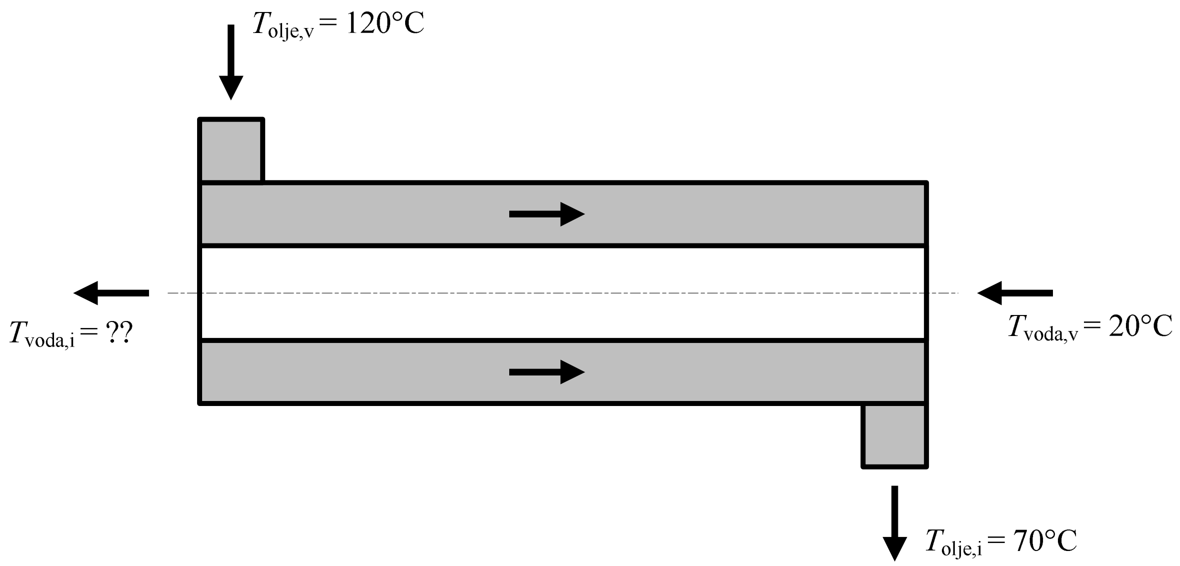
Za hlajenje orodja v proizvodnji uporabljamo olje. Ker se olje v orodju segreje, ga je potrebno ohladiti in sicer iz 120°C na 70°C. Za hlajenje uporabimo protitočni prenosnik toplote cev-v-cevi. Skozi notranji del prenosnika teče voda z vstopno temperaturo 20°C, obteka pa jo vroče olje, ki se pri tem ohlaja. Toplotna prehodnost med oljem in vodo je enaka 600 W m^{-2} K^{-1}. Izračunajte kakšna je izstopna temperatura vode, kakšna je učinkovitost prenosnika toplote in potrebno površino prenosnika toplote (POZOR: površino izračunajte s pomočjo metode logaritemske srednje temperaturne razlike in metode ε-NTU).

PREDPOSTAVKE:

- Stacionarno stanje
- Konstantne lastnosti
- Toplotne izgube zanemarimo

PODATKI:

- $T_{\text{olje,v}} = 120°C$
- $T_{\text{olje,i}} = 70°C$
- $T_{\text{voda,v}} = 20°C$
- $k = 600$ W m^{-2} K^{-1}
- $\dot{m}_{\text{voda}} = \dot{m}_{olje} = 0.1$ kg s^{-1}
- $c_{p,\text{voda}} = 4200$ J kg^{-1} K^{-1}
- $c_{p,\text{olje}} = 2100$ J kg^{-1} K^{-1}



IZRAČUN:

Izstopna temperatura vode:

$$\dot{Q}_{\text{olje}} = \dot{m}_{\text{olje}} \cdot c_{p,\text{olje}} \cdot \left(T_{\text{olje,v}} - T_{\text{olje,i}}\right) = 0.1 \cdot 2100 \cdot (120 - 70) = 10500\ \text{W}$$

$$\dot{Q}_{\text{olje}} = \dot{Q}_{\text{voda}}$$

$$\dot{Q}_{\text{voda}} = \dot{m}_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}} \cdot \left(T_{\text{voda,i}} - T_{\text{voda,v}}\right)$$

$$T_{\text{voda,i}} = T_{\text{voda,v}} + \frac{\dot{Q}_{\text{voda}}}{\dot{m}_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}}} = 20 + \frac{10500}{0.1 \cdot 4200} = 45°\text{C}$$

Najprej izračunamo toplotno kapacitivnost obeh tekočin:

$$C_{\text{voda}} = \dot{m}_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}} = 0.1 \cdot 4200 = 420\frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$C_{\text{olje}} = \dot{m}_{\text{olje}} \cdot c_{p,\text{olje}} = 0.1 \cdot 2100 = 210\frac{\text{W}}{\text{K}}$$

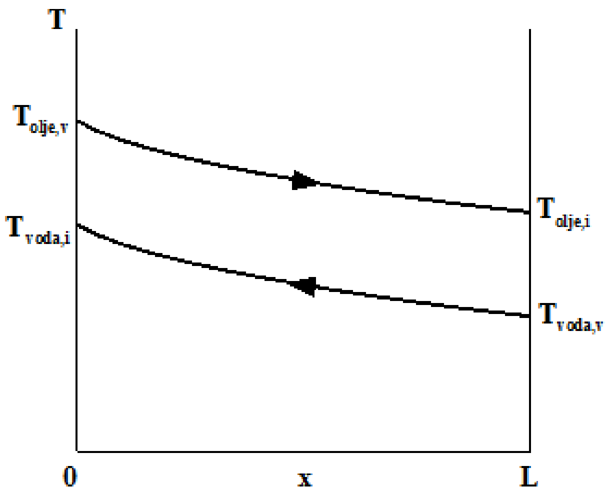
Ter nato učinkovitost prenosnika toplote:

$$C_{\min} = C_{\text{olje}}$$

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_{\text{olje}}}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{\dot{Q}_{\text{olje}}}{C_{\min} \cdot \Delta T_{\max}} = \frac{\dot{Q}_{\text{olje}}}{C_{\min} \cdot \left(T_{\text{olje,v}} - T_{\text{voda,v}}\right)} = \frac{10500}{210 \cdot (120 - 20)} = 0.5$$

Površina prenosnika toplote:

a) Izračun površine z metodo srednje logaritemske temperaturne razlike:



$$\Delta T_{\ln} = \frac{\left(T_{\text{olje,v}} - T_{\text{voda,i}}\right) - \left(T_{\text{olje,i}} - T_{\text{voda,v}}\right)}{\ln\frac{T_{\text{olje,v}} - T_{\text{voda,i}}}{T_{\text{olje,i}} - T_{\text{voda,v}}}}$$

$$\Delta T_{\ln} = \frac{(120 - 45) - (70 - 20)}{\ln\frac{120 - 45}{70 - 20}} = 61.6°\text{C}$$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta T_{\mathrm{ln}}$$

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta T_{\mathrm{ln}}} = \frac{10500}{600 \cdot 61.6} = 0.284 \text{ m}^2$$

b) Izračun površine z *ε-NTU* metodo:

$$C_{\mathrm{r}} = \frac{C_{\mathrm{min}}}{C_{\mathrm{max}}} = \frac{210}{420} = 0.5$$

$$NTU = -\ln \frac{\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon \cdot C_{\mathrm{r}}}}{1 - C_{\mathrm{r}}} = -\ln \frac{\frac{1-0.5}{1-0.5 \cdot 0.5}}{1-0.5} = 0.81$$

$$NTU = \frac{k \cdot A}{C_{\mathrm{min}}} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{NTU \cdot C_{\mathrm{min}}}{k} = \frac{0.81 \cdot 210}{600} = 0.284 \text{ m}^2$$

Naloga 3.4

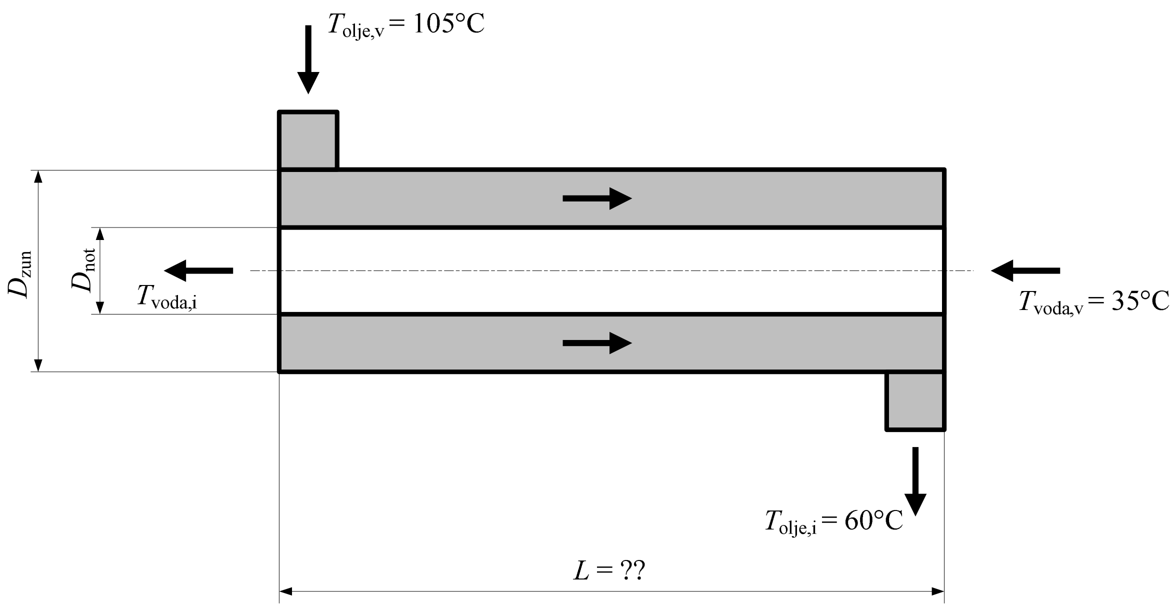
Prenosnik toplote cev-v-cevi se uporablja za hlajenje olja, ki se uporablja kot hladivo orodja v industrijskem procesu. Po zunanji strani prenosnika z zunanjim premerom D_{zun} = 60 mm teče olje z masnim tokom 0.03 kg s^{-1}. Po notranji strani prenosnika premera D_{not} = 30 mm pa teče voda s pretokom 0.06 kg s^{-1}. Toplotna prehodnost je 50 W m^{-2} K^{-1}. Vstopna temperatura olja v prenosnik toplote je 105°C, vstopna temperatura vode pa 35°C. Kako dolg mora biti prenosnik toplote, če želimo temperaturo olja na izstopu 60°C? Določite dolžino za primer protismernega in istosmernega toka. Za oba primera določite učinek prenosnika toplote na topli in hladni strani ter število prenosnih enot (*NTU*).

PREDPOSTAVKE:

- Toplotne izgube na okolico zanemarimo
- Privzamemo kontstantne lastnosti

PODATKI:

- $c_{p,\mathrm{olje}}$ = 2200 J kg^{-1} K^{-1}
- $c_{p,\mathrm{voda}}$ = 4200 J kg^{-1} K^{-1}



IZRAČUN:

Najprej izračunamo toplotni tok, ki se prenaša iz olja na vodo:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{olje}} \cdot c_{p,\text{olje}} \cdot \left(T_{\text{olje,v}} - T_{\text{olje,i}}\right) = 0.03 \cdot 2200 \cdot (105 - 60) = 2970\ \text{W}$$

Določimo še izstopno temperaturo vode:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}} \cdot \left(T_{\text{voda,i}} - T_{\text{voda,v}}\right)$$

$$T_{\text{voda,i}} = T_{\text{voda,v}} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{\text{voda}} \cdot c_{p,\text{voda}}} = 35 + \frac{2970}{0.06 \cdot 4200} = 46.8\text{°C}$$

Zato, da lahko izračunamo površino ter dolžino prenosnika toplote, moramo najprej izračunati srednjo logaritemsko temperaturno razliko, ki se razlikuje za protitočni in sotočni prenosnik toplote:

- Protitočni prenosnik toplote:

$$\Delta T_{\text{ln}} = \frac{\left(T_{\text{olja,v}} - T_{\text{voda,i}}\right) - \left(T_{\text{olja,i}} - T_{\text{voda,v}}\right)}{\ln \dfrac{T_{\text{olja,v}} - T_{\text{voda,i}}}{T_{\text{olja,i}} - T_{\text{voda,v}}}} = \frac{(105 - 46.8) - (60 - 35)}{\ln \dfrac{105 - 46.8}{60 - 35}} = 39.3\ \text{K}$$

- Sotočni prenosnik toplote:

$$\Delta T_{\text{ln}} = \frac{\left(T_{\text{olja,v}} - T_{\text{voda,v}}\right) - \left(T_{\text{olja,i}} - T_{\text{voda,i}}\right)}{\ln \dfrac{T_{\text{olja,v}} - T_{\text{voda,v}}}{T_{\text{olja,i}} - T_{\text{voda,i}}}} = \frac{(105 - 35) - (60 - 46.8)}{\ln \dfrac{105 - 35}{60 - 46.8}} = 34.1\ \text{K}$$

Sedaj lahko določimo površino in dolžino posameznega prenosnika toplote iz sledeče enačbe:

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta T_{\text{ln}}$$

- Protitočni prenosnik toplote

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta T_{\text{ln}}} = \frac{2970}{50 \cdot 39.3} = 1.51\ \text{m}^2$$

$$L = \frac{A}{\pi \cdot D_{\text{not}}} = \frac{1.51}{\pi \cdot 0.03} = 16\ \text{m}$$

- Sotočni prenosnik toplote:

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta T_{\mathrm{ln}}} = \frac{2970}{50 \cdot 34.1} = 1.74\ \mathrm{m}^2$$

$$L = \frac{A}{\pi \cdot D_{\mathrm{not}}} = \frac{1.74}{\pi \cdot 0.03} = 18.5\ \mathrm{m}$$

4. Razširjene površine

Naloga 4.1

Izračunajte izgube toplotnega toka skozi celotno steno in teraso na sliki.

PODATKI:

Notranja temperatura zraka T_n = 21°C

Notranja toplotna prestopnost α_n = 8 W m^{-2} K^{-1}

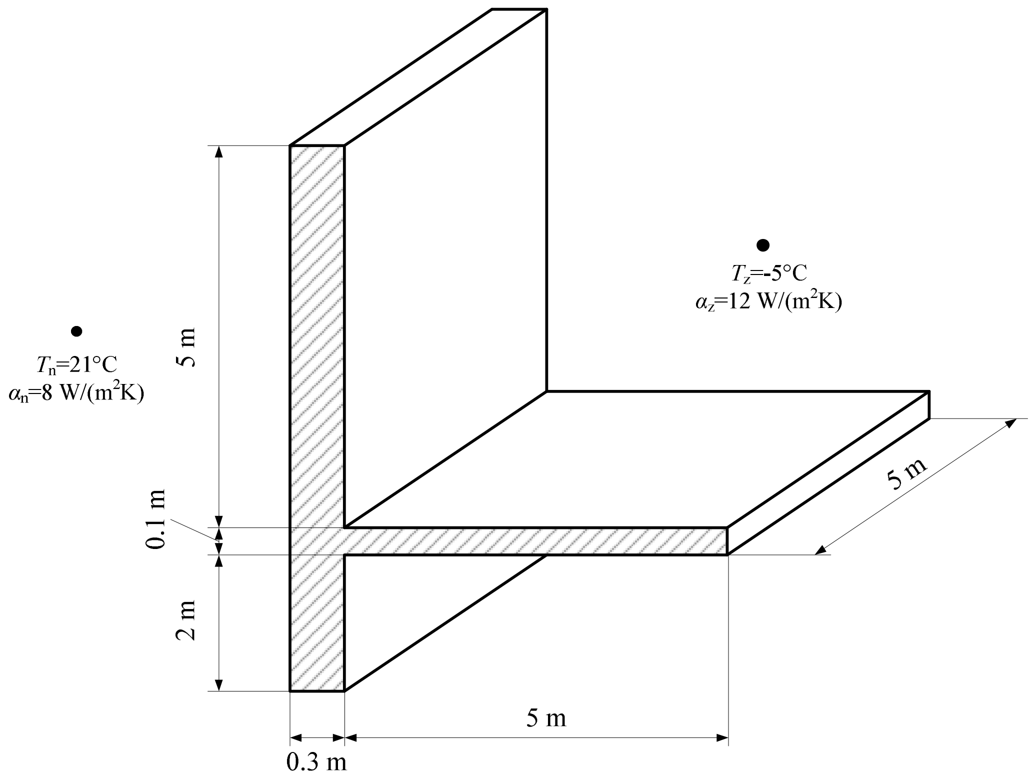
Zunanja temperatura zraka T_z = -5°C

Zunanja toplotna prestopnost α_z = 12 W m^{-2} K^{-1}

Toplotna prevodnost stene in balkona λ_{stena} = 1 W m^{-1} K^{-1}

PREDPOSTAVKE:

- Stacionarno stanje
- Adiabatni konec terase



IZRAČUN:

Najprej določimo vse potrebne površine (notranjo, gladke-zunanji del, ter obe strani terase):

$$A_{\mathrm{n}} = 5 \cdot (5 + 2 + 0.1) = 35.5\ \mathrm{m}^2$$

$$A_{\mathrm{g}} = 5 \cdot 7 = 35\ \mathrm{m}^2$$

$$A_{\mathrm{r}} = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 50\ \mathrm{m}^2$$

Nato določimo produkt koeficienta *m* in dolžine terase *L*:

$$m \cdot L = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha}{\lambda \cdot \delta_{\mathrm{r}}}} \cdot L = \sqrt{\frac{2 \cdot 12}{1 \cdot 0.1}} \cdot 5 = 77.46$$

In izračunamo učinek enega rebra:

$$\eta_{\mathrm{r}} = \frac{\tanh(m \cdot L)}{m \cdot L} = \frac{\tanh(77.46)}{77.46} = 0.0201$$

Sedaj izračunamo celotno toplotno upornost, ki je sestavljena iz notranje toplotne prestopnosti, prevoda skozi steno ter prestopa toplote na zunanji steni in terasi (rebro):

$$R_{\mathrm{cel}} = R_{\mathrm{n}} + R_{\mathrm{prevod}} + R_{\mathrm{z}}$$

$$R_{\mathrm{cel}} = \frac{1}{\alpha_{\mathrm{n}} \cdot A_{\mathrm{n}}} + \frac{\delta_{\mathrm{stena}}}{\lambda_{\mathrm{stena}} \cdot A_{\mathrm{n}}} + \frac{1}{\alpha_{\mathrm{z}} \cdot \left(A_{\mathrm{g}} + \eta_{\mathrm{r}} \cdot A_{\mathrm{r}}\right)}$$

$$R_{\mathrm{cel}} = \frac{1}{8 \cdot 35.5} + \frac{0.3}{1 \cdot 35.5} + \frac{1}{12 \cdot (35 + 0.0201 \cdot 50)}$$

$$R_{\mathrm{cel}} = 0.01427\ \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

Na koncu izračunamo še izgube toplotnega toka skozi steno in teraso sledeče:

$$\dot{Q}_{\mathrm{izg}} = \frac{T_{\mathrm{n}} - T_{\mathrm{z}}}{R_{\mathrm{cel}}} = \frac{21 - (-5)}{0.01427} = 1822\ \mathrm{W}$$

Naloga 4.2

Za odvod toplote iz elektronske komponente uporabimo razširjeno (igličasto) površino reber okroglega preseka.

OSTALI PODATKI:

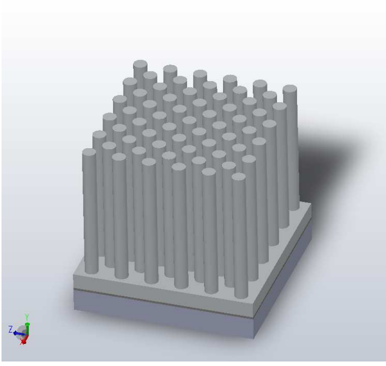
- Število reber N=61
- A_r=0.000329 m^2 (površina enega rebra)
- A_c=9.08·10^{-6} m^2(presek rebra)
- A_b=0.001046 m^2 (prosta površina baze)
- α=15 W m^{-2} K^{-1} (toplotna prestopnost iz orebrene površine na zrak)
- T_∞=25°C (temperatura zraka)

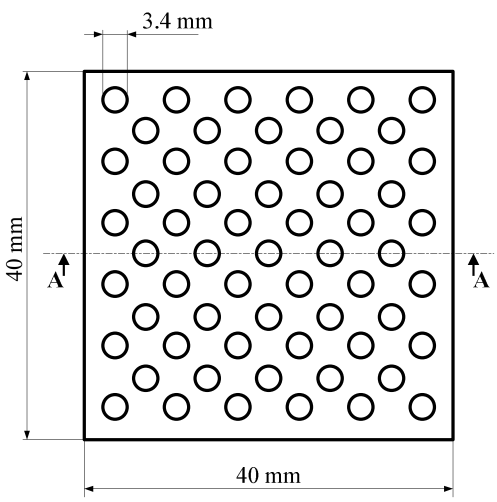
PREDPOSTAVKE:

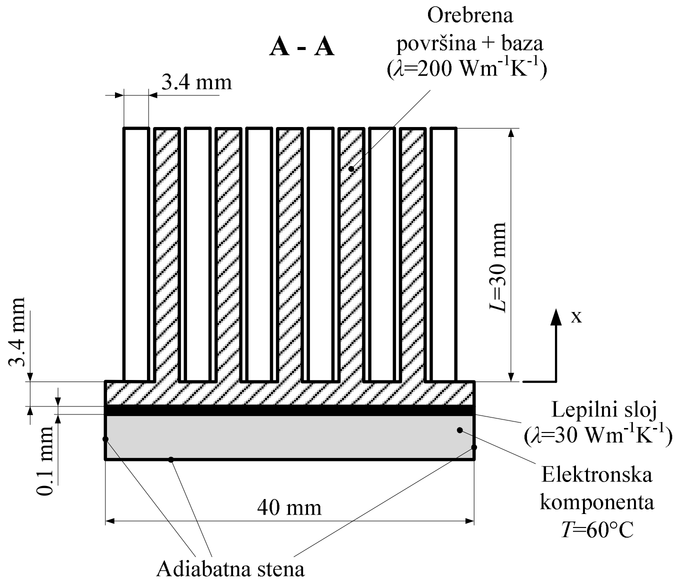
- Stacionarno stanje
- Enodimenzijski prevod toplote skozi rebra s konstantnim presekom
- Prenos toplote na koncu rebra zanemarimo (adiabatni konec rebra)

ZAHTEVA:

- Kolikšen je celoten toplotni tok, ki se odvaja iz elektronske komponente ter učinek orebrene površine
- Kakšna je temperatura na koncu rebra x=L?

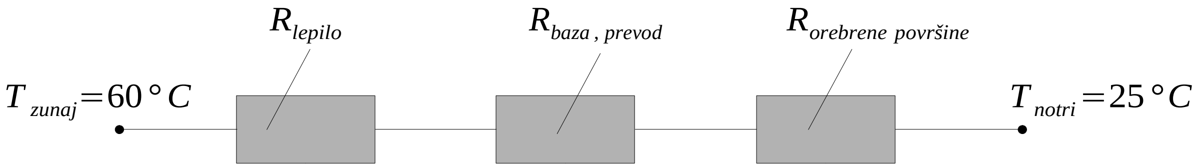






a) Celoten toplotni tok in učinek reber

Shema toplotnih uporov:



Izračunamo celoten toplotni upor:

$$R_{\mathrm{cel}} = R_{\mathrm{lepilo}} + R_{\mathrm{baza,prevod}} + R_{\mathrm{orebrene\ površine}} = \frac{T_{\mathrm{elek.komp.}} - T_{\infty}}{\dot{Q}_{\mathrm{cel}}}$$

$$R_{\mathrm{cel}} = \frac{\delta_{\mathrm{lepilo}}}{\lambda_{\mathrm{lepilo}} \cdot A_{\mathrm{lepilo}}} + \frac{\delta_{\mathrm{baza}}}{\lambda_{\mathrm{baza}} \cdot A_{\mathrm{baza}}} + \frac{1}{\alpha \cdot A_{\mathrm{cel}} \cdot \eta_{cel}}$$

Celotna površina za konvektivni prenos toplote A_{cel}:

$$A_{\mathrm{cel}} = A_{\mathrm{b}} + N \cdot (A_{\mathrm{r}} - A_{\mathrm{c}}) = 0.001046 + 61 \cdot (0.000329 - 9.08 \cdot 10^{-6}) = 0.02056\ \mathrm{m}^2$$

Za celotni učinek reber potrebujemo najprej izračunati učinek enega rebra η_{r}:

$$m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot o}{\lambda_{\mathrm{r}} \cdot A_{\mathrm{c}}}} = \sqrt{\frac{15 \cdot \pi \cdot 0.0034}{200 \cdot 9.08 \cdot 10^{-6}}} = 9.39$$

$$\eta_{\mathrm{r}} = \frac{\tanh(m \cdot L)}{m \cdot L} = \frac{\tanh(9.39 \cdot 0.03)}{9.39 \cdot 0.03} = 0.974$$

Sedaj lahko izračunamo celoten učinek orebrene površine η_{cel}:

$$\eta_{\mathrm{cel}} = 1 - \frac{N \cdot A_{\mathrm{r}}}{A_{\mathrm{cel}}}(1 - \eta_{\mathrm{r}}) = 1 - \frac{61 \cdot 0.000329}{0.02056}(1 - 0.974) = 0.975$$

Nadaljujemo z računanjem celotnega toplotnega upora:

$$R_{\mathrm{cel}} = \frac{0.001}{30 \cdot 0.04^2} + \frac{0.0034}{200 \cdot 0.04^2} + \frac{1}{15 \cdot 0.02056 \cdot 0.971} = 3.35\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}$$

Končno lahko izračunamo še celoten toplotni tok, ki se odvaja iz orebrene površine:

$$\dot{Q}_{\mathrm{cel}} = \frac{T_{\mathrm{elek.komp.}} - T_{\infty}}{R_{\mathrm{cel}}} = \frac{60 - 25}{3.35} = 10.42\ \mathrm{W}$$

b) Temperatura na koncu rebra

$$R_{\mathrm{reber}} = \frac{T_{\mathrm{baza}} - T_{\infty}}{\dot{Q}_{\mathrm{cel}}}$$

$$T_{\mathrm{baza}} = T_{\infty} + R_{\mathrm{orebrene\ površine}} \cdot \dot{Q}_{\mathrm{cel}} = 25 + \frac{1}{15 \cdot 0.02056 \cdot 0.971} \cdot 10.42 = 59.65\mathrm{°C}$$

$$\frac{T(x = L) - T_{\infty}}{T(x = 0) - T_{\infty}} = \frac{\cosh\big(m \cdot (L - x)\big)}{\cosh(m \cdot L)}$$

$$T(x = L) = T_{\infty} + (\mathrm{T}(x = 0) - T_{\infty}) \frac{\cosh\big(m \cdot (L - L)\big)}{\cosh(m \cdot L)}$$

$$T(x = L) = 25 + (59.89 - 25) \frac{\cosh(9.39 \cdot 0)}{\cosh(9.39 \cdot 0.03)}$$

$$T(x = L) = 58.32\mathrm{°C}$$

Naloga 4.3

Cilinder na majhnem motorju hladimo z orebreno aluminijasto površino, ko je prikazano na sliki. Zrak, ki obteka rebra, ima 20°C, pri čemer predpostavimo na vseh rebrih toplotno prestopnost na zrak enako 40 $Wm^{-2}K^{-1}$. Temperatura notranje stene cilindra je enaka temperaturi vznožja (baze) reber. Na vsaki strani (simetrično) cilindra so nameščena po štiri rebra (skupno 16).

IZRAČUNAJTE:

a) Učinek enega rebra
b) Učinek celotne orebrene površine na cilindru
c) Toplotni tok, ki ga oddaja celotni cilinder na okolico preko orebrene površine

OSTALI PODATKI:

Temperatura zraka, ki obteka rebra $T_{\text{zrak}} = 20\ °\text{C}$

Toplotna prestopnost na zrak $\bar{\alpha}_{\text{zrak}} = 40\ \text{W/m}^2\text{K}$

Toplotna prevodnost reber $\lambda_{\text{Al}} = 200\ \text{W/mK}$

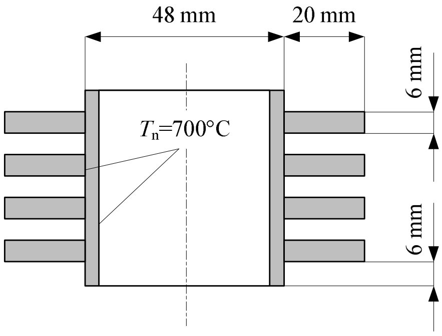
Temperatura notranje stene cilindra $T_{\text{n}} = 700\ °\text{C}$

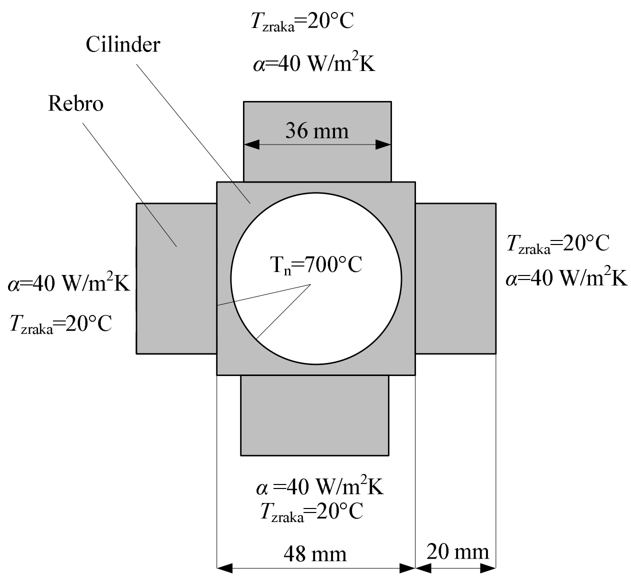
Površina enega rebra: $A_{\text{r}} = 0.001896\ \text{m}^2$

Celotna površina vseh gladkih delov orebrene površine: $A_{\text{gladkih}} = 0.00576\ \text{m}^2$

PREDPOSTAVKE:

- Adiabatni konec reber, pri čemer upoštevamo korekcijo za konec reber





IZRAČUN:

K reševanju naloge lahko pristopimo na dva način in sicer iz stališča računanja koeficienta *m* za potrebe določevanja učinka rebra (glejte predavanja). Zato bosta v nadaljevanju predstavljena oba postopka, ki vodita do enake rešitve.

PRVA REŠITEV

a) Učinek enega rebra

Upoštevamo da je širina večja od debeline *w>>t*.

Izračunamo korekcijo dolžine po sledeči enačbi:

$$L_\mathrm{c} = L + \frac{t}{2} = 0.02 + \frac{0.006}{2} = 0{,}023\ \mathrm{m}$$

Izračunamo površino preseka rebra A_p:

$$A_\mathrm{p} = L_\mathrm{c} \cdot t = 0.023 \cdot 0.006 = 1.38 \cdot 10^{-4}\mathrm{m}^2$$

Sedaj lahko izračunamo produkt $m \cdot L_\mathrm{c}$:

$$m \cdot L_\mathrm{c} = \sqrt{\frac{2 \cdot \bar{\alpha}_\mathrm{zr}}{\lambda_\mathrm{Al} \cdot A_\mathrm{p}}} \cdot L_\mathrm{c}^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{200 \cdot 1.38 \cdot 10^{-4}}} \cdot 0.023^{\frac{3}{2}} = 53.84 \cdot 0.0035 = 0.19$$

Na koncu lahko sedaj določimo učinek enega rebra (računamo v radianih)

$$\eta_\mathrm{r} = \frac{\tanh(m \cdot L_\mathrm{c})}{(m \cdot L_\mathrm{c})} = \frac{\tanh(0.19)}{0.19} = \frac{0.186}{0.19} = 0.988$$

b) Učinek celotne orebrene površine na cilindru

Izračunamo celotno površino za prenos prenosa toplote:

$$A_\mathrm{cel} = N \cdot A_\mathrm{r} + A_\mathrm{gladkih} = 16 \cdot 0.001896 + 0.00576 = 0.0361\ \mathrm{m}^2$$

Sedaj lahko določimo učinek celotne orebrene površine:

$$\eta_\mathrm{cel} = 1 - \frac{N \cdot A_\mathrm{r}}{A_\mathrm{cel}}(1 - \eta_\mathrm{r}) = 1 - \frac{16 \cdot 0.001896}{0.0361} \cdot (1 - 0.988) = 0.9899$$

c) Celotni toplotni tok, ki ga cilinder preko orebrene površine oddaja na okolico

Določimo ga z naslednjo enačbo:

$$\dot{Q}_\mathrm{cel} = \bar{\alpha}_\mathrm{zr} \cdot A_\mathrm{cel} \cdot (T_\mathrm{b} - T_\mathrm{zr}) \cdot \eta_\mathrm{cel} = 40 \cdot 0.0361 \cdot (700 - 20) \cdot 0.9899 = 972\ \mathrm{W}$$

DRUGA REŠITEV

a) Učinek enega rebra

Izračunamo korekcijo dolžine po sledeči enačbi:

$$L_\mathrm{c} = L + \frac{t}{2} = 0.02 + \frac{0.006}{2} = 0.023\ \mathrm{m}$$

Izračunamo površino preseka rebra A_c:

$$A_\mathrm{c} = 6 \cdot 36 \cdot 10^{-6} = 2.16 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$$

Koeficient *m* izračunamo sledeče:

$$m = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}_\mathrm{zr} \cdot O}{\lambda_\mathrm{Al} \cdot A_\mathrm{c}}} = \sqrt{\frac{40 \cdot (36+6) \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{200 \cdot 2.16 \cdot 10^{-4}}} = 8.819\ \mathrm{m}^{-1}$$

Ter končno še učinek enega rebra:

$$\eta_\mathrm{r} = \frac{\tanh(m \cdot L_\mathrm{c})}{(m \cdot L_\mathrm{c})} = \frac{\tanh(8.819 \cdot 0.023)}{8.819 \cdot 0.023} = \frac{0.200}{0.203} = 0.987$$

b) Učinek celotne orebrene površine na cilindru

Izračunamo celotno površino za prenos prenosa toplote:

$$A_\mathrm{cel} = N \cdot A_\mathrm{r} + \sum A_\mathrm{gladkih} = 16 \cdot 0.001896 + 0.00576 = 0.0361\ \mathrm{m}^2$$

Sedaj lahko določimo učinek celotne orebrene površine:

$$\eta_\mathrm{cel} = 1 - \frac{N \cdot A_\mathrm{r}}{A_\mathrm{cel}}(1-\eta_\mathrm{r}) = 1 - \frac{16 \cdot 0.001896}{0.0361} \cdot (1 - 0.9865) = 0.989$$

c) Celotni toplotni tok, ki ga cilinder preko orebrene površine oddaja na okolico

Določimo ga z naslednjo enačbo:

$$\dot{Q}_\mathrm{cel} = \bar{\alpha}_\mathrm{zr} \cdot A_\mathrm{cel} \cdot (T_\mathrm{b} - T_\mathrm{zr}) \cdot \eta_\mathrm{cel} = 40 \cdot 0.0361 \cdot (700 - 20) \cdot 0.989 = 971\ \mathrm{W}$$

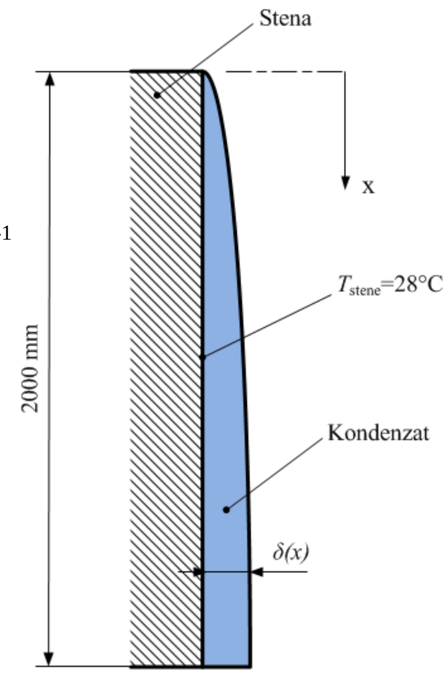
5. Kondenzacija in uparjanje

Naloga 5.1

Vodna para kondenzira na vertikalni steni. Izračunajte debelino kondenzata, masni tok kondenzata in toplotno prestopnost na treh višinah stene in sicer 0.1 m, 1 m ter 2 m.

OSTALI PODATKI:

- Tlak nasičenja vodne pare, p_{nas}=5.628 · 10^{-3} MPa
- Temperatura nasičenja vodne pare, T_{nas}=35°C
- Gostota kondezata, ρ_L=994 kg m^{-3}
- Gostota vodne pare, ρ_G=0.0396 kg m^{-3}
- Toplotna prevodnost kondezata, λ_L=0.621 W m^{-1} K^{-1}
- Dinamična viskoznost kondenzata, η_L=7.19 · 10^{-3} kg m^{-1} s^{-1}
- Uparjalna toplota, q_L=2413 kJ kg^{-1}
- Širina stene, b=1 m



IZRAČUN:

Debelino kondenzata na razdalji x izračunamo sledeče (glejte predavanja):

$$\delta(x) = \left(\frac{4 \cdot \lambda_L \cdot \eta_L \cdot (T_{nas} - T_{stene}) \cdot x}{\rho_L \cdot (\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot q_{up}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Ker je $\rho_L >>> \rho_G$, ga v nadaljevanju zanemarimo.

$$\delta(x = 0.1\text{m}) = \left(\frac{4 \cdot 0.621 \cdot 7.19 \cdot 10^{-4} \cdot (35 - 28) \cdot 0.1}{994^2 \cdot 9.81 \cdot 2413 \cdot 10^3}\right) = 8.55 \cdot 10^{-5}\text{m}$$

$$\delta(x = 1\text{m}) = 15.2 \cdot 10^{-5}\text{m}$$

$$\delta(x = 2\text{m}) = 18.07 \cdot 10^{-5}\text{m}$$

Za masni tok kondezata na razdalji x je potrebno najprej izračunati hitrost kondezata na razdalji x:

$$w_m(x) = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g}{3 \cdot \eta_L} \cdot \delta(x)^2$$

$$w_{\mathrm{m}}(0.1\mathrm{m}) = \frac{994 \cdot 9.81}{3 \cdot 7.19 \cdot 10^{-4}} \cdot (8.55 \cdot 10^{-5})^2 = 0.033\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$w_{\mathrm{m}}(1\mathrm{m}) = 0.104\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$w_{\mathrm{m}}(2\mathrm{m}) = 0.148\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sedaj pa lahko izračunamo še masni tok po sledeči enačbi:

$$\dot{m}(x) = w_{\mathrm{m}}(x) \cdot \rho_{\mathrm{L}} \cdot b \cdot \delta(x)$$

$$\dot{m}(0.1\mathrm{m}) = 0.033 \cdot 994 \cdot 1 \cdot 8.55 \cdot 10^{-5} = 0.0028\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

$$\dot{m}(1\mathrm{m})0.0157\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

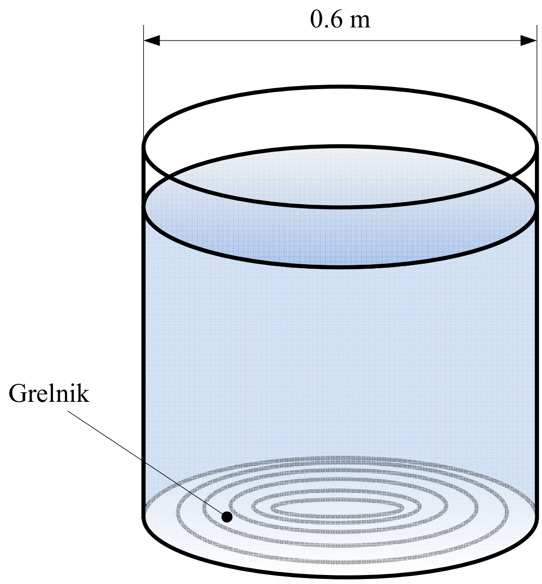
$$\dot{m}(2\mathrm{m}) = 0.0266\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

Naloga 5.2

Želimo zavreti 100 l vode pri tlaku 0.1013 MPa. Za to uporabimo električni grelnik moči 10 kW, ki ima premer 0.6 m.

ZAHTEVA:

a) Kolikšen čas je potreben, da bo začela voda, z začetno temperaturo 20°C, vreti? Ob tem upoštevajte 30% toplotne izgube grelnika v okolico.
b) Kolikšna je temperatura stene, ko voda vre?
c) Kolikšen je maksimalen toplotni tok?
d) Podajte odgovore na a), b) in c), če je tlak v posodi 10 bar.



IZRAČUN:

Iz tabel za nasičeno vodno paro razberemo:

$T_{\text{nas}}(p=1.013\ \text{bar}) = 100°\text{C}$

$\rho(T_{\text{nas}}) = 958\ \text{kg m}^{-3}$

$c_p(T_{\text{nas}}) = 4216\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1}$

a) Za izračun časa, da bo voda zavrela, moramo najprej določiti dejanski toplotni tok, ki greje vodo:

$\dot{Q}_{\text{dej}} = 0.7 \cdot \dot{Q}_{\text{grelnik}} = 0.7 \cdot 10 = 7\ \text{kW} \quad \rightarrow \quad \text{Ker je 30\% izgub}$

Toplota potrebna za segretje vode iz 20°C na 100°C:

$Q = \rho \cdot V \cdot c_p \cdot (T_{\text{nas}} - T_{\text{zač}}) = 958 \cdot 0.1 \cdot 4216 \cdot (100 - 25) = 30292\ \text{kJ}$

Čas potreben za zavretje vode:

$$t = \frac{Q}{\dot{Q}_{\mathrm{dej}}} = \frac{30292}{7} = 4327\ \mathrm{s} = 1.2\ \mathrm{h}$$

b) V posodi predvidimo mehurčkasto uparjanje v velikem prostoru (“pool boiling”, glej predavanja).

Najprej izračunamo specifični toplotni tok:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}_{\mathrm{dej}}}{A} = \frac{4 \cdot \dot{Q}_{\mathrm{dej}}}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0.6^2} = 24757\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Nato določimo še toplotno prestopnost pri mehurčkastem vrenju (velja v območju 0.5 < p < 20 bar):

$$\alpha = 1.95 \cdot \dot{q}^{0.72} \cdot p^{0.24} = 1.95 \cdot 24757^{0.72} \cdot 1.013^{0.24} = 2850 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}}$$

$\rightarrow$ Pazite, da je tlak v enačbi v bar

Sedaj lahko izračunamo temperaturo stene posode nad grelnikom, ko voda vre:

$$\dot{q} = \alpha \cdot \Delta T_{\mathrm{e}} = \alpha \cdot (T_{\mathrm{stene}} - T_{\mathrm{nas}})$$

$$T_{\mathrm{stene}} = \frac{\dot{q}}{\alpha} + T_{\mathrm{nas}} = \frac{24757}{2848} + 100 = 108.7°\mathrm{C}$$

c) Maksimalni teoretično možni toplotni tok izračunamo po sledeči enačbi:

$$\dot{q}_{\mathrm{max}} = 0.149 \cdot q_{\mathrm{up}} \cdot \sqrt{\rho''} \cdot [g \cdot (\rho' - \rho'') \cdot \sigma]^{\frac{1}{4}}$$

Iz tabel za vodo in vodno paro odčitamo pri T_{nas}=100°C sledeče podatke iz zgornje enačbe:

$q_{\mathrm{up}} = h'' - h'$=2257 kJ kg^{-1} (uparjalna toplota pri tlaku 1.013 bar in temperaturi 100°C)

ρ' = 958 *kg* m^{-3} (gostota pare na meji s kapljevito fazo)

ρ'' = 0.5974 kg m^{-3} (gostota pare na meji s pregreto paro)

σ = 58.9 · 10^{-3} N m^{-1} (površinska napetost vode)

In izračunamo:

$$\dot{q}_{\mathrm{max}} = 0.149 \cdot 2257 \cdot \sqrt{0.5974} \cdot [9.81 \cdot (958 - 0.5974) \cdot 58.9 \cdot 10^{-3}]^{\frac{1}{4}} = 1166\ \frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2}$$

d) Odgovori na a), b) in c), če je tlak v posodi 10 bar:

Iz tabel za nasičeno vodno paro odčitamo pri tlaku 10 bar:

$T_{\text{nas}}(p$=10 bar) = 180°C

$\rho(T_{\text{nas}})$ = 887 kg m^{-1}

$c_p(T_{\text{nas}})$ = 4405 J kg^{-1} K^{-1}

d.a) Potreben čas, da vode zavre:

Toplota potrebna za segretje vode iz 20°C na 180°C:

$$Q = \rho \cdot V \cdot c_p \cdot (T_{\text{nas}} - T_{\text{zač}}) = 887 \cdot 0.1 \cdot 4405 \cdot (180 - 25) = 60562 \text{ kJ}$$

Čas potreben za zavretje vode:

$$t = \frac{Q}{\dot{Q}_{\text{dej}}} = \frac{60562}{7} = 8652\ s = 2.4 \text{ h}$$

d.b) Temperatura stene, ko voda vre:

Najprej izračunamo specifični toplotni tok:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}_{\text{dej}}}{A} = \frac{4 \cdot \dot{Q}_{\text{dej}}}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0.6^2} = 24757 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Najprej določimo toplotno prestopnost pri mehurčkastem vrenju (velja v območju 0.5 < p < 20 bar):

$$\alpha = 1.95 \cdot \dot{q}^{0.72} \cdot p^{0.24} = 1.95 \cdot 24757^{0.72} \cdot 10^{0.24} = 4934 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$\rightarrow$ Pazite, da je tlak v enačbi v bar

Sedaj lahko izračunamo temperaturo stene posode nad grelnikom, ko voda vre:

$$\dot{q} = \alpha \cdot \Delta T_{\text{e}} = \alpha \cdot (T_{\text{stene}} - T_{\text{nas}})$$

$$T_{\text{stene}} = \frac{\dot{q}}{\alpha} + T_{\text{nas}} = \frac{24757}{4934} + 180 = 185°\text{C}$$

d.c) Maksimalni teoretično možni toplotni tok:

Podatki iz tabel za nasičeno vodno paro pri tlaku 10 bar:

$q_{up} = h'' - h' = 2014$ kJ kg^{-1}

$\rho' = 887$ kg m^{-3}

$\rho'' = 5.15$ kg m^{-3}

$\sigma = 42 \cdot 10^{-3}$ N m^{-1}

In nato izračunamo:

$$\dot{q}_{\mathrm{max}} = 0.149 \cdot q_{\mathrm{up}} \cdot \sqrt{\rho''} \cdot [g \cdot (\rho' - \rho'') \cdot \sigma]^{\frac{1}{4}}$$

$$\dot{q}_{\mathrm{max}} = 0.149 \cdot 2014 \cdot \sqrt{5.15} \cdot [9.81 \cdot (887 - 5.15) \cdot 42 \cdot 10^{-3}]^{\frac{1}{4}} = 2973\ \frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2}$$

Naloga 5.3

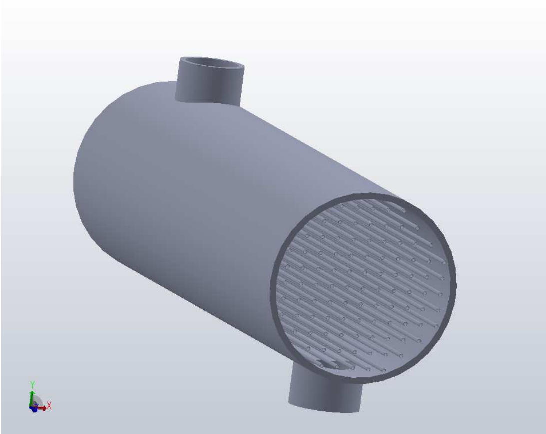
V kondenzator, ki ga predstavlja cevni prenosnik toplote, vstopa vodna para pri tlaku 190 kPa in temperaturi 118°C. Hladilna voda vstopa s temperaturo 15°C in se segreje na 30°C. Konstrukcijo kondenzatorja predstavljajo bakrene cevi dolžine 2 m, zunanjega premera 12 mm in debeline 1 mm. Toplotni upor prevoda skozi steno cevi zanemarimo.

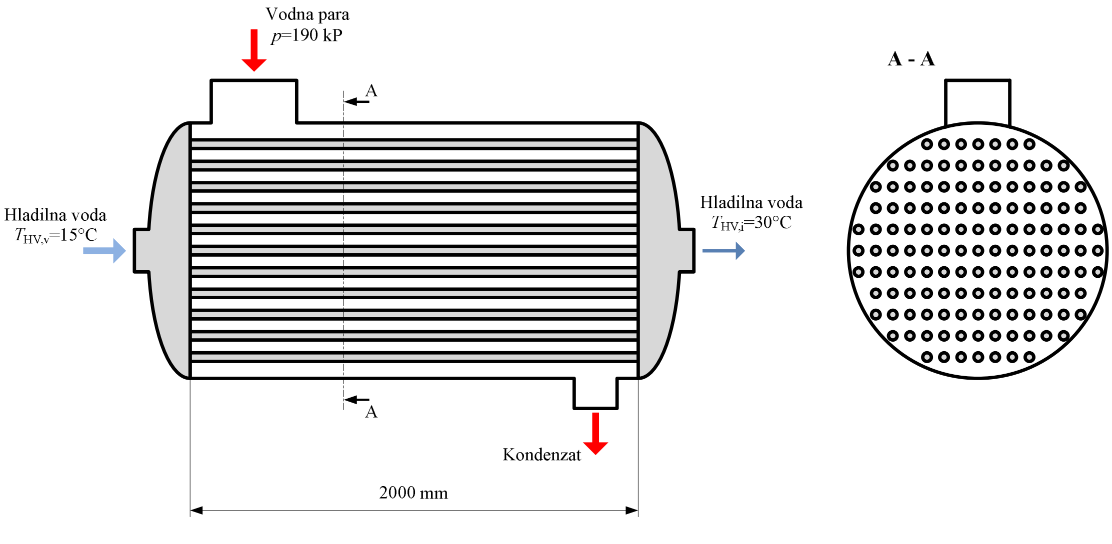
ZAHTEVA:

a) Kolikšen je toplotni tok, ki ga prejme hladilna voda?
b) Kakšen mora biti masni tok hladilne vode za dani primer?
c) Koliko cevi potrebujemo?
d) Kakšna je toplotna prestopnost na zunanji strani cevi?

OSTALI PODATKI:

- $\dot{m}_p = 6 \cdot 10^3$ kg h^{-1} (masni tok pare)
- c_p = 4183 J kg^{-1}K^{-1} (specifična toplota hladilne vode)
- α_{not} = 2000 W m^{-2} K^{-1} (toplotna prestopnost na notranji strani cevi)
- λ_{L} = 0.683 W m^{-1} K^{-1} (toplotna prevodnost pare na meji s kapljevito fazo)
- $\nu_{\mathrm{L}} = 2.488 \cdot 10^{-7}$ m^2 s^{-1} (kinematična viskoznost pare na meji s kapljevito fazo)
- $c_{p,\mathrm{L}}$ = 4241 J kg^{-1}K^{-1} (specifična toplota pare na meji s kapljevito fazo)





IZRAČUN:

Iz tabel za nasičeno vodno paro razberemo:

p_{nas} = 1.9 bar (tlak nasičenja)

T_{nas} = 118.6°C (temperature nasičenja)

$\rho_{\mathrm{G}} = \rho'' = (v'')^{-1}$ = 1.08 kg m^{-3} (gostota pare na meji s pregreto paro)

$\rho_{\mathrm{L}} = \rho' = (v')^{-1}$ = 944.2 kg m^{-3} (gostota pare na meji s kapljevito fazo)

$h_{\mathrm{G}} = h''$ = 2703.9 kJ kg^{-1} (entalpija vodne pare na meji s kapljevito fazo)

$h_{\mathrm{L}} = h'$ = 497.9 kJ kg^{-1} (entalpija vodne pare na meji s pregreto paro)

a) Potrebna moč, da vsa para kondenzira:

Najprej določimo uparjalno (kondezacijsko) toploto pare:

$$\dot{q}_{\mathrm{up}} = h_{\mathrm{L}} - h_{\mathrm{G}} = 22703.9 - 497.9 = 2206\ \mathrm{kJ\ kg^{-1}}$$

Ter nato izračunamo potrebno moč:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{\mathrm{p}} \cdot \dot{q}_{\mathrm{up}} = \frac{6 \cdot 10^3}{3600} \cdot 2206 \cdot 10^3 = 3.7\mathrm{MW}$$

b) Masni tok hladilne vode:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot c_{p,\mathrm{v}} \cdot \Delta T$$

$$\dot{m}_{\mathrm{v}} = \frac{\dot{Q}}{c_{p,\mathrm{v}} \cdot \Delta T} = \frac{3.7 \cdot 10^6}{4183 \cdot (30 - 15)} = 58.97 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

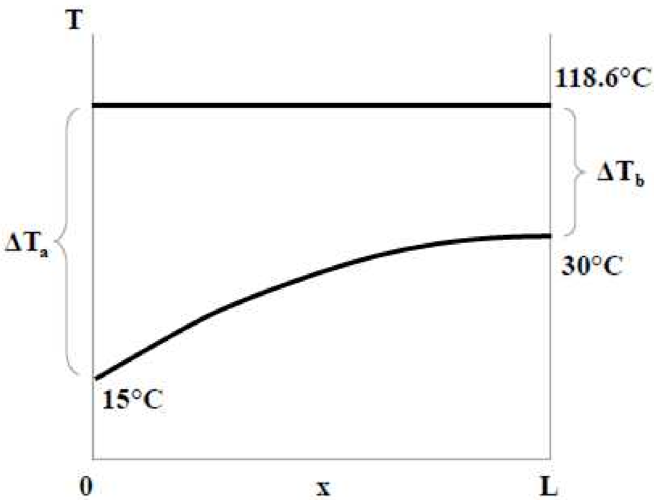
c) Najprej določimo potrebno površino (glede na zunanjo površino cevi) ter nato število cevi:

$$\dot{Q} = k \cdot A_{\mathrm{zun}} \cdot \Delta T_{\mathrm{ln}}$$

Določimo srednjo logaritemsko temperature razliko:

$$\Delta T_{\mathrm{ln}} = \frac{\Delta T_{\mathrm{a}} - \Delta T_{\mathrm{b}}}{\ln \frac{\Delta T_{\mathrm{a}}}{\Delta T_{\mathrm{b}}}}$$

$$\Delta T_{\mathrm{ln}} = \frac{(118.6 - 15) - (118.6 - 30)}{\ln \frac{118.6 - 15}{118.6 - 30}} = 95.9\mathrm{K}$$



Določimo vrednost $k{\cdot}A_{zun}$:

$$k \cdot A_{\mathrm{zun}} = \frac{\dot{Q}}{\Delta T_{\mathrm{ln}}} = \frac{3.7 \cdot 10^6}{95.9} = 38581\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

Kjer je:

$$\frac{1}{k \cdot A_{\mathrm{zun}}} = \frac{1}{\alpha_{\mathrm{not}} \cdot A_{\mathrm{not}}} + \frac{1}{\alpha_{\mathrm{zun}} \cdot A_{\mathrm{zun}}} \quad \rightarrow \quad A_{\mathrm{zun}} = \pi \cdot D \cdot L\,, \quad A_{\mathrm{not}} = \pi \cdot d \cdot L$$

Pri čemer smo zanemarili toplotni upor zaradi prevoda toplote skozi stene cevi:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{\mathrm{not}} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)} + \frac{1}{\alpha_{\mathrm{zun}}} \quad \rightarrow \quad \alpha_{\mathrm{zun}} = \alpha_{\mathrm{m}} \quad \rightarrow \quad \text{Glejte predavanja!}$$

Za izračun toplotne prestopnosti na strani kondenzata ter za eno cev služi naslednja enačba:

$$\alpha_{\mathrm{m},1} = \frac{0.959 \cdot \left(\frac{\dot{m}_{1\mathrm{cev}}}{L \cdot \eta_{\mathrm{L}}}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \lambda_{\mathrm{L}}}{\left(\frac{\eta_{\mathrm{L}}^2}{\rho_{\mathrm{L}} \cdot (\rho_{\mathrm{L}} - \rho_{\mathrm{G}}) \cdot g}\right)^{-\frac{1}{3}}}$$

Ker pa ne poznamo masnega toka pare/kondenzata okoli ene cevi ($\dot{m}_{1cev}$), lahko le-tega določimo tudi, če poznamo število cevi, ali pa njihovo površino. Zato bomo za začetek predpostavili toplotno prestopnost na zunanjih ceveh in jo nato nazaj preverili:

Predpostavka: $\alpha_{m,1}$ = 15000 W m^{-2} K^{-1}

$$k = \left(\frac{1}{2000 \cdot \left(\frac{0.010}{0.012}\right)} + \frac{1}{15000}\right)^{-1} = 1500\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}}$$

Nato izračunamo zunanjo površino:

$$A_{\mathrm{zun}} = \frac{(k \cdot A_{\mathrm{zun}})}{k} = \frac{38581}{1500} = 25.72\ \mathrm{m}^2$$

Določimo še število cevi:

$$z = \frac{A_{\mathrm{zun}}}{\pi \cdot D \cdot L} = \frac{25.72}{12 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 2} \approx 341$$

d) Sedaj določimo/preverimo prej določeno toplotno prestopnost na strani kondenzata:

- Masni tok, reduciran na eno cev kondezatorja:

$$\dot{m}_{1\mathrm{cev}} = \frac{\dot{m}_\mathrm{p}}{z} = \frac{6 \cdot 10^3}{341 \cdot 3600} = 0.0049\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

- Dinamična viskoznost pare v področju na meji s kapljevito fazo:

$$\eta_\mathrm{L} = \nu_\mathrm{L} \cdot \rho_\mathrm{L} = 2.488 \cdot 10^{-7} \cdot 944.2 = 2.349 \cdot 10^{-4}\mathrm{Pas}$$

- Toplotna prestopnost:

$$\alpha_{\mathrm{m},1} = \frac{0.959 \cdot \left(\frac{0.0049}{2 \cdot 2.349 \cdot 10^{-4}}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 0.683}{\left(\frac{(2.349 \cdot 10^{-4})^2}{944.2 \cdot (944.2 - 1.08) \cdot 9.81}\right)^{-\frac{1}{3}}} = 16217\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}}$$

Vendar je potrebno za celoten snop cevi sedaj $\alpha_{\mathrm{m},1}$ korigirati, saj se zaradi spreminjanja količine kondenzata na posamični cevi spreminja tudi toplotna prestopnost na posamični cevi.

Najprej določimo povprečno temperaturo na zunanji strani cevi:

$$\dot{Q} = \alpha_\mathrm{m} \cdot A_\mathrm{zun} \cdot (T_\mathrm{nas} - T_\mathrm{stene})$$

$$T_\mathrm{stene} = T_\mathrm{nas} - \frac{\dot{Q}}{\alpha_\mathrm{m} \cdot A_\mathrm{zun}} = 118.6 - \frac{3.7 \cdot 10^6}{16217 \cdot 25.72} = 109.7\,°\mathrm{C}$$

Privzamemo tudi, da so cevi porazdeljene v kvadratno polje cevi in je torej število cevi, ki so ena nad drugo:

$$n = \sqrt{z} = \sqrt{341} \approx 18 \text{ cevi}$$

Končno lahko izračunamo korigirano toplotno prestopnost:

$$\alpha_\mathrm{m,n} = \left[1 + \frac{0.2 \cdot c_{p,\mathrm{L}} \cdot (T_\mathrm{nas} - T_\mathrm{stene})}{\dot{q}_\mathrm{up}} \cdot (n-1)\right] \cdot n^{\frac{-1}{4}} \cdot \alpha_{\mathrm{m},1}$$

$$\alpha_\mathrm{m,n} = \left[1 + \frac{0.2 \cdot 4241 \cdot (118.6 - 109.7)}{2206 \cdot 10^3} \cdot (18-1)\right] \cdot 18^{-\frac{1}{4}} \cdot 16218 = 8332\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}}$$

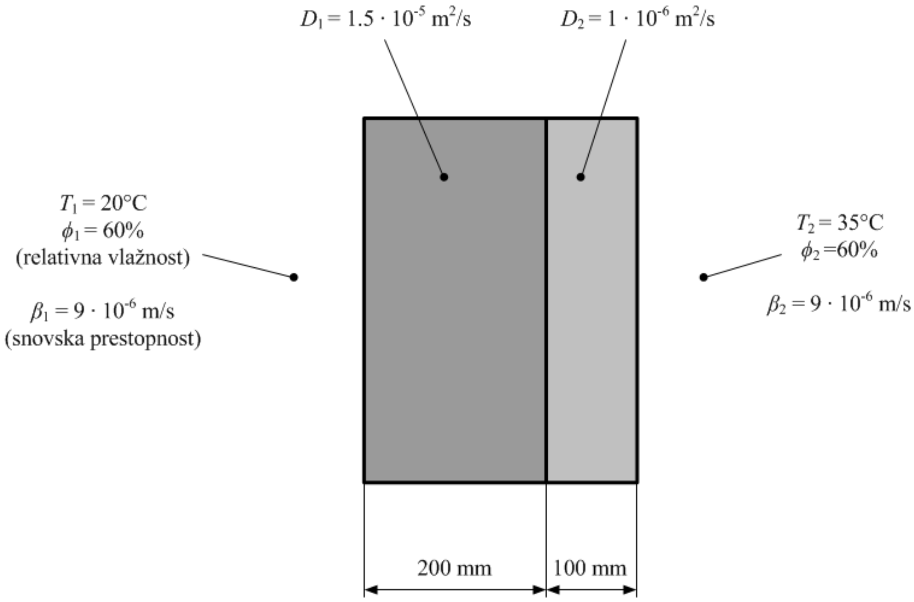
6. Prenos snovi – difuzija

Naloga 6.1

Skozi dvoplastno steno teče tok vodne pare (prehod snovi). Površina stene je 20 m^2, absolutni tlak je povsod enak in znaša 1 bar. Izračunajte kolikšen tok vodne pare teče skozi dvoplastno steno (izrazite v g h^{-1}).

PREDPOSTAVKE:

- Stacionarno stanje
- Konstantne lastnosti
- Ravna površina stene



PODATKI:

- A = 20 m^2
- p = 1 bar
- T_1 = 20°C
- T_2 = 35°C
- ϕ = 60%
- M_{para} = 18 kg kmol^{-1}
- R_0 = 8314.47 J kmol^{-1} K^{-1}
- $p_{nas}(T$=20°C$)$ = 2337 Pa
- $p_{nas}(T$=37°C$)$ = 5623 Pa

POMOČ:

Analogija prevoda toplote in difuzije ter na to vezanih upornosti.

IZRAČUN:

Masni tok vodne pare lahko izračunamo po naslednji enačbi:

$$\dot{m}_\mathrm{A} = K_\mathrm{m} \cdot A \cdot (\rho_\mathrm{A2} - \rho_\mathrm{A1})$$

Vendar pa moramo najprej izračunati snovsko prehodnost:

$$\frac{1}{K_\mathrm{m}} = \frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta_1}{D_\mathrm{A1}} + \frac{\delta_2}{D_\mathrm{A2}} + \frac{1}{\beta_2}$$

$$K_\mathrm{m} = \left(\frac{1}{9 \cdot 10^{-6}} + \frac{0.2}{1.5 \cdot 10^{-5}} + \frac{0.1}{10^{-6}} + \frac{1}{5 \cdot 10^{-6}}\right)^{-1} = 2.36 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

In nato še gostoto vodne pare na obeh straneh stene:

$$p_\mathrm{A1} = p_\mathrm{nas}(20°\mathrm{C}) \cdot \phi_1 = 2337 \cdot 0.6 = 1402.2\ \mathrm{Pa}$$

$$p_\mathrm{A2} = p_\mathrm{nas}(35°\mathrm{C}) \cdot \phi_2 = 5623 \cdot 0.6 = 3373.8\ \mathrm{Pa}$$

Plinska kosntanta vodne pare je določena z naslednjo relacijo:

$$R_\mathrm{A} = \frac{R_0}{M_\mathrm{A}(H_2O)} = \frac{8314.47}{18} = 461.9\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$$

Parcialne gostote vodne pare izračunamo s sledečimi enačbami:

$$\rho_\mathrm{A1} = \frac{p_\mathrm{A1}}{R_\mathrm{A} \cdot T_1} = \frac{1402.2}{461.9 \cdot 293} = 0.01036\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

$$\rho_\mathrm{A2} = \frac{p_\mathrm{A2}}{R_\mathrm{A} \cdot T_2} = \frac{3373.8}{461.9 \cdot 308} = 0.02371\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Sedaj lahko izračunamo masni tok vodne pare:

$$\dot{m}_\mathrm{A} = 2.36 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot (0.02371 - 0.01036) = 6.3 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} = 2.27\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}$$

Naloga 6.2

Skozi troplastno steno površine 4 m^2 prehaja vodna para, kot prikazuje slika. Na notranji strani stene je vlažen zrak temperature 22°C in relativne vlažnosti 40%. Na drugi, zunanji strani stene je zrak temperature 1°C in relativne vlažnosti 80%. Betonska stena debeline 200 mm je obdana s 150 mm izolacijo in fasado debeline 3 mm. Difuzijski koeficient betona je $1.327 \cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1}, izolacije $5.308 \cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1} in fasade $1 \cdot 10^{-5}$ m^2 s^{-1}. Plinska konstanta vodne pare je 461.5 J kg^{-1} K^{-1}.

IZRAČUNAJTE IN DOLOČITE:

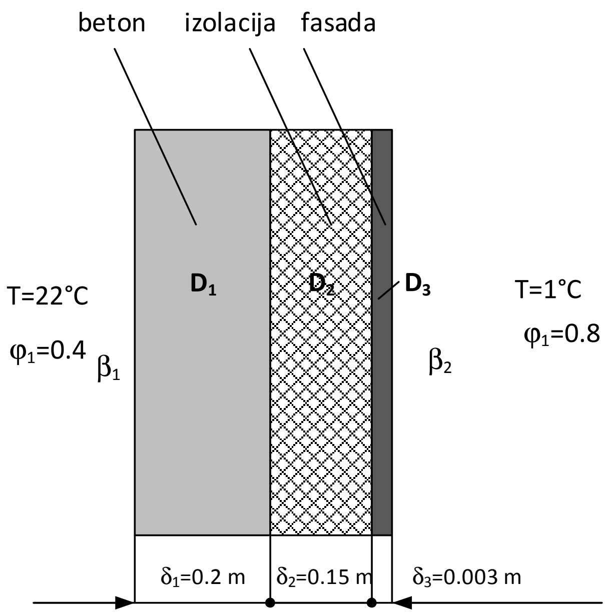
a) nadomestno snovsko upornost,
b) v katero smer teče vodna para,
c) masni tok pare.

OSTALI PODATKI:

$D_1 = 1.327 \cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1}
$D_2 = 5.308 \cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1}
$D_3 = 1 \cdot 10^{-5}$ m^2 s^{-1}
$\beta_1 = \beta_2 = 5 \cdot 10^{-5}$ m s^{-1}
R_{pare}=461.5 J kg^{-1} K^{-1}
A=4 m^2
T_1 = 22°C
φ_1=40%
T_2 = 1°C
φ_2=80%
δ_1 = 200 mm
δ_2 = 150 mm
δ_3 = 3 mm
$p_{pare,nas,1}$ (22°C) = 1587 Pa
$p_{pare,nas,2}$ (1°C) = 657 Pa

PREDPOSTAVKE:

Stacionaren, enodimenzijski prenos snovi. Vodna para se lahko obravnava kot idealni plin. Difuzijski koeficienti so konstantni in neodvisni od temperature.



IZRAČUN:

a) Ker je stena ravna in gre za stacionarno stanje, je masni tok (molski tok) skozi strukturo konstanten, torej bodo profili porazdelitve gostote skozi posamezni sloj linearni. Nadomestno snovsko upornost računamo analogno z upornostjo pri prehodu toplote.

$$R_Q = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} \rightarrow R_m = \frac{\Delta \rho}{\dot{m}} \rightarrow R_n = \frac{\Delta c}{\dot{n}}$$

Iz tega sledi, da je snovska upornost pri dufuziji enaka:

$$R_{m_i} = \frac{\Delta \rho_i}{\dot{m}} = \frac{1}{D_i \cdot A}$$

Podobno lahko upornost določimo za snovsko prestopnost:

$$R_{m_i} = \frac{\Delta \rho_i}{\dot{m}} = \frac{1}{\beta_i \cdot A}$$

Sedaj analogno z nadomestno upornostjo pri prehodu toplote za dani primer troplastne ravne stene zapišemo naslednjo relacijo:

$$R_{m,\mathrm{cel}} = \frac{1}{A \cdot \beta_1} + \frac{\delta_1}{A \cdot D_1} + \frac{\delta_2}{A \cdot D_2} + \frac{\delta_3}{A \cdot D_3} + \frac{1}{A \cdot \beta_2}$$

Izračunamo celotno upornost:

$$R_{m,\text{cel}} = \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} + \frac{0.2}{4 \cdot 1.327 \cdot 10^{-6}} + \frac{0.15}{4 \cdot 5.308 \cdot 10^{-6}} + \frac{0.003}{4 \cdot 10^{-5}} + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}$$

$$R_{m,\text{cel}} = 5000 + 37679 + 7064.8 + 75 + 5000 = 54388.8\ \frac{\text{s}}{\text{m}^3}$$

b) Parcialni tlak pare lahko določimo s pomočjo relativne vlažnosti zraka:

$$\varphi = \frac{p_{\text{pare}}}{p_{\text{pare\_nasičene}}}$$

Izračunajmo najprej parcialna tlaka pare na vsaki strani stene

$$p_{\text{pare1}} = \varphi_1 \cdot p_{\text{pare,nas,1}} = 0.4 \cdot 1587 = 634.8\ \text{Pa}$$

$$p_{\text{pare2}} = \varphi_2 \cdot p_{\text{pare,nas,2}} = 0.8 \cdot 657 = 525.6\ \text{Pa}$$

Ker obravnavamo vodno paro kot idealni plin, lahko gostoto pare zapišemo tudi kot:

$$\rho_{\text{pare}} = \frac{p_{\text{pare}}}{R_{\text{pare}} \cdot T_{\text{pare}}}$$

Izračunamo gostoto pare na vsaki strani stene

$$\rho_{\text{pare1}} = \frac{p_{\text{pare1}}}{R_{\text{pare}} \cdot T_{\text{pare1}}} = \frac{634.8}{461.5 \cdot (22 + 273)} = 0.0047\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{pare2}} = \frac{p_{\text{pare2}}}{R_{\text{pare}} \cdot T_{\text{pare2}}} = \frac{525.6}{461.5 \cdot (1 + 273)} = 0.0042\ \text{kg/m}^3$$

Ker je gostota pare večja na notranji strani stene, teče para iz notranjosti skozi steno proti okolici.

c) Masni tok pare skozi dano strukturo lahko sedaj izračunamo kot:

$$\dot{m} = \frac{\Delta\rho}{R_{m,\mathrm{cel}}}$$

Pri čemer razlika gostot v zgornji enačbi predstavlja razliko gostot pare v vlažnem zraku na eni strani in na drugi strani strukture stene.

$$\dot{m} = \frac{\Delta\rho}{R_{m,\mathrm{cel}}}$$

$$\dot{m} = \frac{\rho_{\mathrm{pare1}} - \rho_{\mathrm{pare2}}}{R_{m,\mathrm{cel}}} = \frac{0.0047 - 0.0042}{54388.8} = 9.19 \cdot 10^{-9}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} = 2.55 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}} = 0.026\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}$$

Vidimo, da v danih pogojih skoraj nimamo masnega toka vodne pare skozi steno.

Naloga 6.3

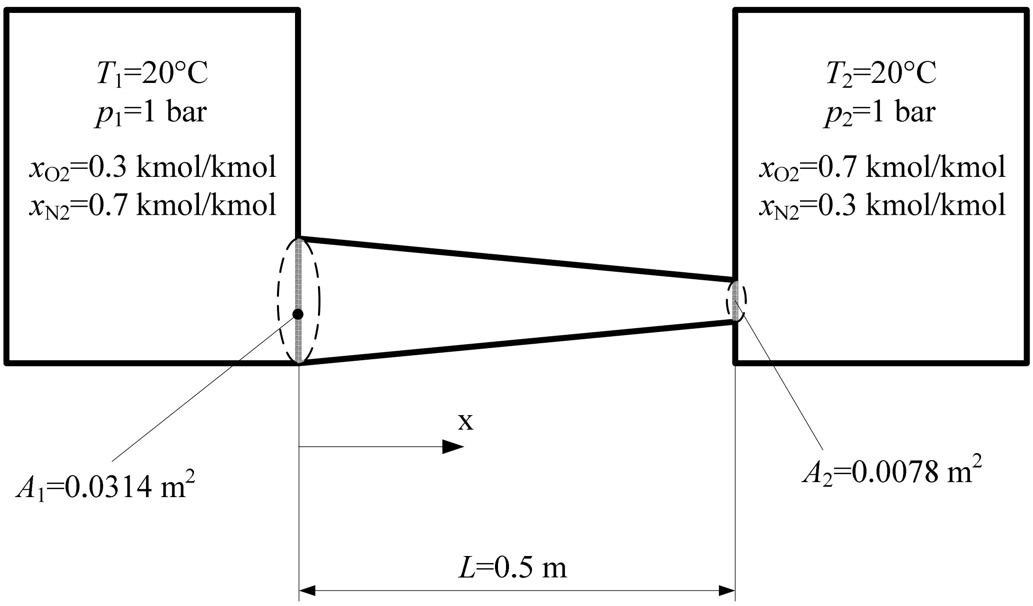
Dve posodi sta povezani s konično cevjo. Premer pri prvi posodi je 200 mm ter 100 mm pri drugi posodi. Dolžina cevi je 0.5 m. Temperatura v obeh posodah je 20°C, tlak pa 1 bar. V prvi posodi je 70 molskih odstotkov N_2, preostanek je O_2. Koeficient difuzivnosti je $9.1 \cdot 10^{-6}$ $m^2\ s^{-1}$ (pri 20°*C*).

ZAHTEVA:

a) Izračunaj začetni masni in molski tok N_2.
b) Kakšen bi bil koeficient difuzivnosti, če bi bila temperatura 47°*C*?
c) Kakšen bi bil začetni masni in molski tok N_2, če bi povezovalna cev imela povsod enak premer 200 mm?

OPOZORILO:

Pri stacionarni, enodimenzijski difuziji, brez kemijskih reakcij, mora biti molski tok konstanten.



IZRAČUN:

a) Začetni molski in masni tok N_2:

Najprej izračunamo parcialna tlaka N_2 v obeh posodah:

$$p_{1\mathrm{A}} = x_{1\mathrm{A}} \cdot p_1 = 0.7 \cdot 1 = 0.7 \text{ bar}$$

$$p_{2\mathrm{A}} = x_{2\mathrm{A}} \cdot p_2 = 0.3 \cdot 1 = 0.3 \text{ bar}$$

Nato lahko računamo začetni molski tok N_2:

$$J = -D_{\mathrm{AB}} \cdot \frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x} \quad \Rightarrow \quad J = \frac{\dot{n}}{A}, \quad c_{\mathrm{A}} = \frac{p_{\mathrm{A}}}{R_0 \cdot T}$$

$$\frac{\dot{n}}{A} = -\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_0 \cdot T} \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

Sedaj uvedemo novo spremenljivko:

$$A(x) = \pi \cdot \left(r(x)\right)^2$$

$$r(x) = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{L} \cdot x$$

$$\mathrm{d}r(x) = \frac{R_2 - R_1}{L} \cdot \mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}x = \frac{L}{R_2 - R_1} \cdot \mathrm{d}r$$

In jo uvedemo na levo stran enačbe:

$$\dot{n} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{\pi \cdot r^2} \cdot \frac{L}{R_2 - R_1} \cdot \mathrm{d}r = -\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_0 \cdot T} \cdot (p_{2\mathrm{A}} - p_{1\mathrm{A}})$$

$$\frac{\dot{n}}{\pi} \cdot \frac{L}{R_2 - R_1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_0 \cdot T} \cdot (p_{2\mathrm{A}} - p_{1\mathrm{A}})$$

$$\frac{\dot{n}}{\pi} \cdot \frac{L}{R_2 - R_1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_0 \cdot T} \cdot (p_{2\mathrm{A}} - p_{1\mathrm{A}})$$

$$\dot{n} = -\frac{\pi \cdot D_{\mathrm{AB}} \cdot R_1 \cdot R_2}{L \cdot R_0 \cdot T} \cdot (p_{2\mathrm{A}} - p_{1\mathrm{A}})$$

Izračunamo še oba polmera R_1 in R_2:

$$R_1 = \sqrt{\frac{A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{0.0314}{\pi}} = 0.1\ \mathrm{m}$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{0.0078}{\pi}} = 0.05\ \mathrm{m}$$

In končno izračunamo začetni molski tok N_2:

$$\dot{n} = -\frac{\pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-6} \cdot 0.1 \cdot 0.05}{0.5 \cdot 8314 \cdot 293} \cdot (0.3 - 0.7) \cdot 10^5 = 4.7 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{s}}$$

Začetni masni tok N_2 pa izračunamo sledeče:

$$\dot{m} = \dot{n} \cdot M_{\mathrm{A}} \quad \Rightarrow \quad M_{\mathrm{A}}(\mathrm{N_2}) = 2 \cdot 14 = 28\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$$

$$\dot{m} = 4.7 \cdot 10^{-9} \cdot 28 = 1.31 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

b) Koeficient difuzivnosti, če bi bila temperatura 47°C:

$$\frac{D_{\mathrm{T_2}}}{D_{\mathrm{T_1}}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1.81}$$

$$D_{\mathrm{T_2}} = D_{\mathrm{T_1}} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1.81} = 9.1 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{47 + 273}{20 + 273}\right)^{1.81} = 1.067 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}$$

c) Začetni molski in masni tok, če bi bila cev po dolžini enakega premera 200 mm:

$$\dot{n} = -\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_0 \cdot T} \cdot \frac{\Delta p_{\mathrm{a}}}{\Delta x} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = -\frac{9.1 \cdot 10^{-6}}{8314 \cdot 293} \cdot \frac{(0.3 - 0.7) \cdot 10^5}{0.5} \cdot \frac{\pi \cdot 0.2^2}{4} = 9.4 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{s}}$$

$$\dot{m} = \dot{n} \cdot M = 9.4 \cdot 10^{-9} \cdot 28 = 2.63 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

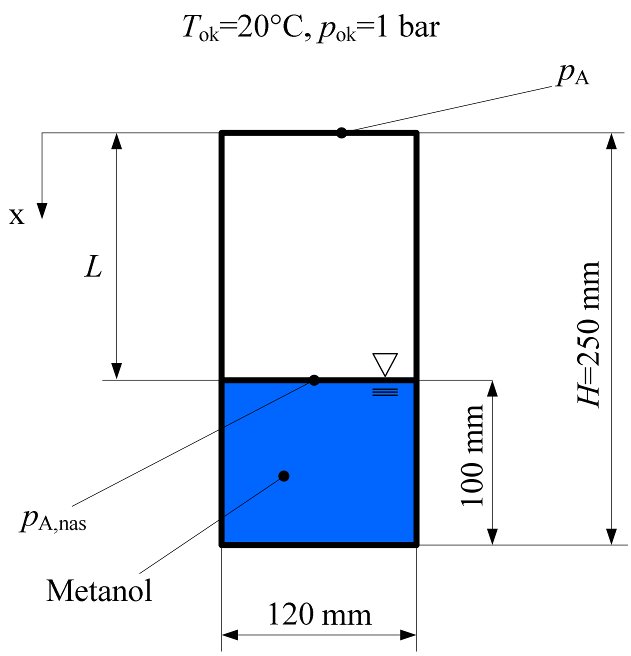
7. Prenos snovi – konvekcija

Naloga 7.1

V posodi z notranjim premerom 12 cm in višine 250 mm je kapljeviti metanol do višine 100 mm. Temperatura zraka v prostoru je 20°C, tlak pa 1 bar. Kolikšen je začetni masni tok hlapečega metanola? V kolikšnem času izhlapi iz posode ves metanol, če je parcialni tlak metanola na vrhu posode 1000 Pa in je tam konstanten?

OSTALI PODATKI:

- Tlak nasičenja pri 20°C: $p_{A,nas}$ = 12980 Pa – privzamemo ob površini gladine
- Tlak na vrhu posode: p_A = 1000 Pa
- $D_{AB} = 1.64 \cdot 10^{-5}$ m^2 s^{-1}
- $\rho_{metanol}$ = 790 kg m^{-3}
- R_A = 259.5 J kg^{-1} K^{-1}



IZRAČUN:

Skupno gostoto masnega toka lahko izračunamo s sledečim izrazom:

$$\bar{m}_A = j_A + \bar{m}_{ADV}$$

Pri čemer predstavljata člena na desni strain enačbe:

difuzijo:

$$j_A = -\frac{D_{AB}}{R_A \cdot T} \cdot \frac{dp_A}{dx}$$

ter advekcijo:

$$\bar{m}_{\mathrm{ADV}} = \frac{p_{\mathrm{A}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot v = -\frac{D_{\mathrm{AB}}}{p_{\mathrm{B}}} \cdot \frac{p_{\mathrm{A}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

Sedaj lahko zapišemo:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = +\left(\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} + \frac{D_{\mathrm{AB}}}{p_{\mathrm{B}}} \cdot \frac{p_{\mathrm{A}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T}\right) \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

Pozitivni predznak uvedemo zato, ker je smer masnega pretoka nasprotna smeri koordinate x, kot smo jo postavili v podani skici.

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = +\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot \left(1 + \frac{p_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}}\right) \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = +\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot \frac{p_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{B}}}{p_{\mathrm{B}}} \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

Ker parcialnega tlaka zraka p_{B} ne poznamo, poznamo pa absolutni tlak, lahko uporabimo sledeči izraz:

$p = p_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{B}}$ (absolutni tlak je vsota parcialnih tlakov zraka p_{B} in p_{A})

ter ga vstavimo v enačbo:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = +\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot \frac{p - p_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{A}}}{p - p_{\mathrm{A}}} \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = +\frac{D_{\mathrm{AB}}}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot \frac{p}{p - p_{\mathrm{A}}} \cdot \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x}$$

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} \int_0^L \mathrm{d}x = +\frac{D_{\mathrm{AB}} \cdot p}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \int_{p_{\mathrm{A}}}^{p_{\mathrm{nas}}} \frac{1}{p - p_{\mathrm{A}}} \cdot \mathrm{d}p_{\mathrm{A}}$$

Za rešitev enačbe uvedemo novo spremenljivko:

$$u = p - p_{\mathrm{A}}$$

$$\mathrm{d}u = -\mathrm{d}p_{\mathrm{A}}$$

In tako zapišemo enačbo:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} \int_0^L dx = \frac{D_{\mathrm{AB}} \cdot p}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \int_{u(p_{\mathrm{A}}(x=0))}^{u(p_{\mathrm{A}}(x=L))} \frac{-\mathrm{d}u}{u}$$

pri čemer je L = 250 mm – 100 mm = 150 mm.

Dobimo sledeči izraz:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} \cdot L = -\frac{D_{\mathrm{AB}} \cdot p}{R_{\mathrm{A}} \cdot T} \cdot \ln\frac{p - p_{\mathrm{A,nas}}}{p - p_{\mathrm{A}}}$$

In nato še končno rešitev za gostoto masnega toka:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = -\frac{D_{\mathrm{AB}} \cdot p}{R_{\mathrm{A}} \cdot T \cdot L} \cdot \ln\frac{p - p_{\mathrm{A,nas}}}{p - p_{\mathrm{A}}}$$

a) Sedaj lahko izračunamo masni tok hlapečega metanola:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = \frac{-1.64 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{5}}{259.5 \cdot 293 \cdot 0.15} \cdot \ln\frac{10^{5} - 12980}{10^{5} - 1000} = 1.85 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2 s}}$$

Ker poznamo površino gladine metanola, lahko določimo masni tok:

$$\dot{m}_{\mathrm{A}} = \bar{m}_{\mathrm{A}} \cdot A = 1.85 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\pi \cdot 0.12^{2}}{4} = 2.1 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

b) Izračunamo še čas, ko iz posode izhlapi ves metanol. Pri tem moramo upoštevati, da se gladina metanola spreminja. Ker gre za zelo počasen proces, lahko privzamemo kvazi-stacionarno stanje, kljub temu, da gre za nestacionarni problem. Gladina metanola se spreminja od začetne L=150 mm do končne H=250 mm:

Najprej izrazimo masni tok kot spremembo mase metanola po času oziroma kot spremembo višine gladine po času:

$$\dot{m}_{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \rho \cdot \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \rho \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

Masni tok nato izrazimo z gostoto masnega toka in ga vstavimo v zgornjo enačbo:

$$\bar{m}_{\mathrm{A}} = \frac{\dot{m}_{\mathrm{A}}}{A}$$

$$\mathrm{d}t = \rho \cdot \frac{1}{\bar{m}_{\mathrm{A}}} \cdot \mathrm{d}x \quad \rightarrow \quad \bar{m}_{\mathrm{A}}(x) = -\frac{D_{\mathrm{AB}} \cdot p}{R_{\mathrm{A}} \cdot T \cdot L} \cdot \ln\frac{p - p_{\mathrm{A,nas}}}{p - p_{\mathrm{A}}}$$

Sedaj integriramo enačbo v mejah, da izhlapi ves metanol:

$$\int_{0}^{t} \mathrm{d}t = -\frac{\rho \cdot R_{\mathrm{A}} \cdot T}{D_{\mathrm{AB}} \cdot p \cdot \ln\frac{p - p_{\mathrm{A,nas}}}{p - p_{\mathrm{A}}}} \cdot \int_{x_{\mathrm{zač}}=L}^{x_{\mathrm{kon}}=H} x \cdot \mathrm{d}x$$

In dobimo:

$$\mathrm{t} = -\frac{\rho \cdot R_{\mathrm{A}} \cdot T}{D_{\mathrm{AB}} \cdot p \cdot \ln \frac{p - p_{\mathrm{A,nas}}}{p - p_{\mathrm{A}}}} \cdot \frac{H^2 - L^2}{2}$$

Sedaj vstavimo vrednosti v zgornjo enačbo in izračunamo čas, da izhlapi ves metanol:

$$t = -\frac{790 \cdot 259.5 \cdot 293}{1.64 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5} \cdot \frac{1}{\ln \frac{10^5 - 12980}{10^5 - 1000}} \cdot \frac{[0.25^2 - 0.15^2]}{2}$$

$t = 5212165$ s ≈ 66 dni

Naloga 7.2

Ptujsko jezero je s 345 ha največje slovensko umetno jezero. Služi kot akumulacija za hidroelektrarno Formin. Izračunaj koliko vode izhlapi iz jezera v eni uri, če je temperatura zraka 25°C. Zrak imaa relativno vlažnost 50% in piha preko, v povprečju 1.6 km širokega jezera, s hitrostjo 0.9 m s^{-1}. Difuzijski koeficient pare v zrak je 0.26 · 10^{-4} m^2 s. Kinematična viskoznost zraka pri temperaturi 25°C je 1.56 · 10^{-5} m^2 s. Gostota vodne pare je pri 20°C 0.023 kg m^{-3}.

OSTALI PODATKI:

$D = 0.26 \cdot 10^{-4}$ m$^2/s$
$\nu = 1.56 \cdot 10^{-5}$ m$^2/s$
$\varphi = 50$ %
$T = 25$ °C
$t = 1$ h
$L = 1.6$ km
$v = 0.9$ m$/s$
$\rho_{pare} = 0.023 \dfrac{kg}{m^3}$

http://www.vejkpark.si/?page_id=277

IZRAČUN:

Najprej izračunamo Reynolds-ovo število, da določimo laminarni ali turbulentni režim.

Gladino jezera aproksimiramo s ploščo, zato je $Re_{kr} = 5 \cdot 10^5$.

$$Re_L = \frac{v \cdot L}{\nu} = \frac{0.9 \cdot 1600}{1.56 \cdot 10^{-5}} = 9.2 \cdot 10^7$$

Vidimo, da imamo opravka s turbulentnim tokom in laminarnim tokom pri toku zraka nad površino jezera.

Povprečno Sherwood-ovo število za dani primer določimo z enačbo

$$\overline{Sh} = (0.037 \cdot {Re_L}^{4/5} - A) \cdot Sc^{1/3}$$

V enačbi je $A = 0.037 \cdot Re_{kr}^{\frac{4}{5}} - 0.664 \cdot Re_{kr}^{\frac{1}{2}} = 871$

Izračunamo še Schmidt-ovo število

$$Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{1.56 \cdot 10^{-5}}{0.26 \cdot 10^{-4}} = 0.6$$

Ter nato določimo povprečno Sherwood-ovo število in iz njega snovsko prestopnost:

$$\overline{Sh} = \left(0.037 \cdot (9.2 \cdot 10^{7})^{4/5} - 871\right) \cdot 0.6^{\frac{1}{3}} = 72595.5$$

$$\bar{\beta} = \frac{\overline{Sh} \cdot D}{L} = \frac{72595.5 \cdot 0.26 \cdot 10^{-4}}{1600} = 1.18 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m/s}$$

Sedaj lahko izračunamo masni pretok vodne pare iz jezera v zrak:

$$\dot{m} = A \cdot \bar{\beta} \cdot (\rho_2 - \rho_1) = 345 \cdot 10^{4} \cdot 1.18 \cdot 10^{-3} \cdot (0.023 - 0.023 \cdot 0.5) = 46.82\ \mathrm{kg/s}$$

Končno izračunamo koliko vode izhlapi iz jezera v eni uri:

$$m = \dot{m} \cdot t = 46.82 \cdot 3600 = 168552\ \mathrm{kg} = 168{,}6\ \mathrm{ton}$$

Naloga 7.3

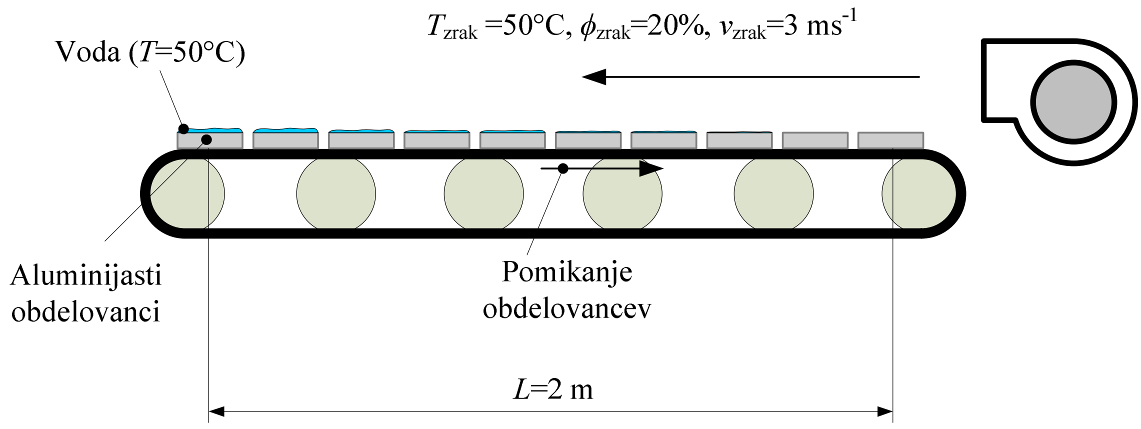
Aluminijevi obdelovanci na sliki potujejo po tekočem traku iz pralnice v sušilno komoro, kjer je temperatura zraka 50°C, relativna vlažnost pa 20%. Zrak prepihuje obdelovance s hitrostjo 3 ms^{-1}. Pri tem je debelina filma vode na obdelovancu 0.1 mm. Določite potreben čas, da izhlapi vsa voda ter maksimalno hitrost tekočega traku, da bo vsa voda lahko izhlapela.

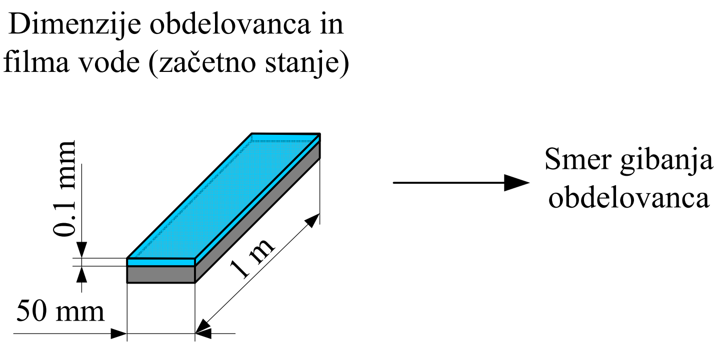
Upoštevajte temperaturno odvisnost difuzivnosti med vodo in zrakom:

$$D_{AB}(T) = 2.305 \cdot \frac{1.013}{p} \cdot \left(\frac{T}{273}\right)^{1.81}$$

OSTALI PODATKI:

- p_{nas} = 12210 Pa
- p_{abs} = 1 bar
- ν = 23.06 · 10^{-6} m^2 s^{-1}
- ρ_{H2O} = 988 kg m^{-3}
- R_{pare} = 461.5 J kg^{-1} K^{-1}





IZRAČUN:

Najprej preverimo, ali imamo laminarni, ali turbulentni tok zraka na podani dolžini tekočega traku (ker so obdelovanci naloženi na trak tesno drug ob drugem, predpostavimo, da gre za ravno ploščo dolžine 2 m):

$$Re = \frac{v_{\mathrm{zrak}} \cdot L}{\nu} = \frac{3 \cdot 2}{23.06 \cdot 10^{-6}} = 260191 < Re_{\mathrm{kr}} = 500000 \quad \rightarrow \quad laminarni\ tok$$

Masa vode, ki mora izhlapeti iz posameznega obdelovanca:

$$m = \rho \cdot V = 988 \cdot 1 \cdot 0.05 \cdot 0.0001 = 0.00484\ \mathrm{kg}$$

Parcialni tlak vodne pare v zraku:

$$\phi_{\mathrm{zrak}} = \frac{p_{\mathrm{pare}}}{p_{\mathrm{nas}}} \quad \rightarrow \quad p_{\mathrm{pare}} = \phi_{\mathrm{zrak}} \cdot p_{\mathrm{nas}} = 0.2 \cdot 12110 = 2422\ \mathrm{Pa}$$

S pomočjo difuzijskega koeficienta določimo brezdimenzijsko Schmidt-ovo število:

$$D_{\mathrm{AB}}(50°C) = 2.305 \cdot \frac{1.013}{10^5} \cdot \left(\frac{323}{273}\right)^{1.81} = 3.16 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$$

$$Sc = \frac{\nu}{D_{\mathrm{AB}}(50°C)} = \frac{23.06 \cdot 10^{-6}}{3.16 \cdot 10^{-5}} = 0.73$$

Sedaj določimo brezdimenzijsko povprečno Sherwood-ovo število:

$$\overline{Sh} = 0.664 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{3}} = 0.664 \cdot 260191^{\frac{1}{2}} \cdot 0.73^{\frac{1}{3}} = 305$$

Iz tega sledi povprečna snovska prestopnost:

$$\overline{Sh} = \frac{\bar{\beta} \cdot L}{D_{\mathrm{AB}}} \quad \rightarrow \quad \bar{\beta} = \frac{\overline{Sh} \cdot D_{\mathrm{AB}}}{L} = \frac{305 \cdot 3.16 \cdot 10^{-5}}{2} = 0.00482 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Povprečni masni tok vodne pare iz obdelovanca v zrak:

$$\dot{m} = \frac{\bar{\beta} \cdot A}{R_{\mathrm{pare}} \cdot T_{\mathrm{zrak}}} \cdot \left(p_{\mathrm{nas}} - p_{\mathrm{pare}}\right) = \frac{0.00482 \cdot 1 \cdot 0.05}{461.5 \cdot 323} \cdot (12210 - 2422) = 1.58 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

Čas, da izhlapi vsa voda iz obdelovanca:

$$t = \frac{m}{\dot{m}} = \frac{0.00494}{1.58 \cdot 10^{-5}} = 312\ s = \ 5.2\ \mathrm{min}$$

Maksimalna hitrost traku, da izhlapi vsa voda:

$$v_{\mathrm{zrak,max}} = \frac{L}{t} = \frac{2}{312} = 0.0064 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 23\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$$

Vidimo, da je hitrost traku zelo majhna. Razmislite kaj lahko storimo, da povečamo snovsko prestopnost, ali difuzijski koeficient.

Naloga 7.3

Plošča po postopku barvanja preide v sušilno komoro. Barva, ki je topna v vodi, se sestoji iz 25% suhega deleža ter 75% vode. V sušilni komori barvo obteka topel zrak temperature 40°C in relativne vlažnosti 15% (prikazano na sliki). Kolikšen čas je potreben, da vsa voda iz barve na plošči dolžine 0.4 m in širine 2 m izhlapi ?

IZRAČUNAJTE:

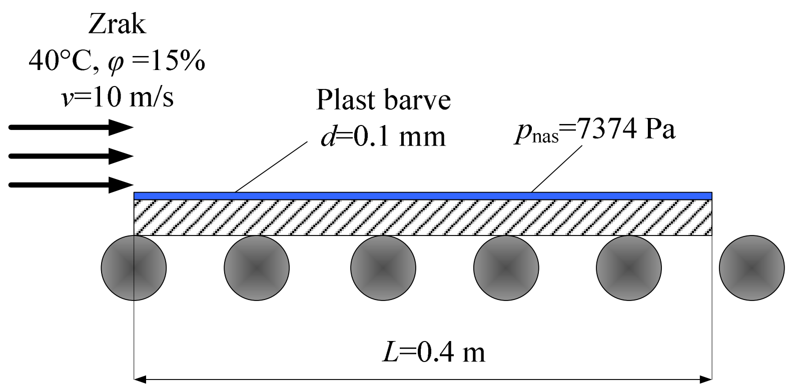
a) Povprečno snovsko prestopnost
b) Čas, potreben, da se barva popolnoma posuši

OSTALI PODATKI:

Difuzijski koeficient za vodno paro v zrak $D_{AB} = 27.2 \cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1}
Kinematična viskoznost zraka $\nu = 19.1 \cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1}
Schmidtovo število: $Sc = \dfrac{\nu}{D_{AB}} = \dfrac{19.1}{27.2} = 0.702$
Plinska konstanta za vodno paro R_{pare}=461.5 J kg^{-1} K^{-1}
Zrak na površini barve je nasičen. Pri temperaturi 40°C je tlak nasičenja $p_{\mathrm{nas,pare}}$ = 7374 Pa
Relativna vlažnost vpihovanega zraka je φ = 15%.
Gostota barve je ρ = 1300 kg m^{-3}

PREDPOSTAVKE:

- Vodno paro obravnavamo kot idealen plin
- Predpostavimo konstanten masni tok pare pri izhlapevanju



IZRAČUN:

a) Najprej preverimo tokovne razmere in kritično Reynoldsovo število:

$$500000 = \frac{v \cdot x}{\nu} \Rightarrow x_{\mathrm{crit}} = \frac{500000 \cdot \nu}{v} = \frac{500000 \cdot 19.1 \cdot 10^{-6}}{10} = 0.955 \text{ m}$$

Tok je povsod laminaren!

Naše Reynoldsovo število je namreč:

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot L}{\nu} = \frac{10 \cdot 0.4}{19.1 \cdot 10^{-6}} = 209424$$

Sedaj lahko določimo povprečno Sherwoodovo število:

$$\overline{Sh} = 0.664 \, \mathrm{Re}^{1/2} \, Sc^{1/3} \quad \text{laminarni tok – povprečno}$$

$$\overline{Sh} = 0.664 \cdot 209424^{1/2} 0.702^{1/3} = 270.06$$

Sedaj določimo povprečno snovsko prestopnost:

$$\overline{Sh} = \frac{\overline{\beta} L}{D} \rightarrow \overline{\beta} = \frac{\overline{Sh} \cdot D}{L} = \frac{270 \cdot 27.2 \cdot 10^{-6}}{0.4} = 0.0184 \text{ m/s}$$

b) Najprej določimo maso vode v barvi (upoštevamo, da predstavlja 75% celotne mase barve):

$$m = \rho V = 1300 \cdot 0.4 \cdot 2 \cdot 0.0001 \cdot 0.75 = 0.078 \text{ kg}$$

Sedaj določimo masni tok vodne pare:

$$\dot{m} = \overline{\beta} A \left(\rho_{\mathrm{nas,pare}} - \rho_{\mathrm{pare}} \right)$$

Gostote ne poznamo, vemo pa, da jo lahko izračunamo iz plinskega zakona:

$$\rho_{\mathrm{pare}} = \frac{p_{\mathrm{pare}}}{R_{\mathrm{pare}} \cdot T}$$

Sedaj lahko gostoti nasičene pare in pare v zraku določimo kot:

$$\rho_{\text{nas\_pare}} = \frac{p_{\text{nas\_pare}}}{R_{\text{pare}} \cdot T} = \frac{7374}{461.5 \cdot (273+40)} = 0.051 \text{ kgm}^{-3}$$

Za določitev gostote vodne pare v zraku pa moramo najprej izračunati parcialni tlak pare v zraku:

$$p_{\text{pare}} = \varphi \cdot p_{\text{nas\_pare}} = 0.15 \cdot 7374 = 1106 \text{ Pa}$$

Iz tega sledi določitev gostote pare v zraku:

$$\rho_{\text{pare}} = \frac{p_{\text{pare}}}{R_{\text{pare}} \cdot T} = \frac{1106}{461.5 \cdot (273+40))} = 0.00766 \text{ kg m}^{-3}$$

Sedaj lahko izračunamo masni tok vodne pare:

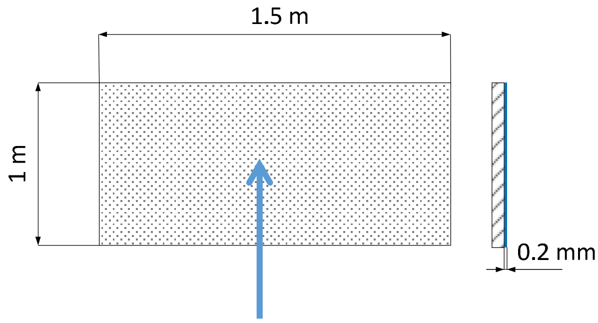
$$\dot{m} = \overline{\beta} A \left(\rho_{\text{nas\_pare}} - \rho_{\text{pare}}\right) = 0.0184 \cdot 0.4 \cdot 2 \cdot (0.051 - 0.00766) = 0.000637 \text{ kg s}^{-1}$$

Iz poznavanja masnega toka vodne pare in mase celotne vode v barvi, lahko izračunamo sedaj čas, potreben za popolno izhlapevanje vse vode v barvi:

$$\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta m}{\dot{m}} = \frac{0.078}{0.000637} = 122.26 \text{ s} \approx 2 \text{ min}$$

Naloga 7.4

Kako dolgo moramo vpihovati zrak relativne vlažnosti 30% in temperature 25°C v vetrobransko steklo v avtomobilu, da ga bomo popolnoma izsušili? Pri tem predpostavimo, da celotno površino pokriva kondenzat debeline 0.2 mm in konstantne temperature 2°C. Pri sušenju se vlažnost zraka v prostoru ne povečuje.



OSTALI PODATKI:

Konstantna temperatura kondenzata T_{kond} = 2°C
Konstantna relativna vlažnost zraka φ = 30%
Tlak nasičenja izračunamo po naslednji (Tetensovi) enačbi: $610{,}78 \cdot e^{\left(\frac{12.27 \cdot T}{T+237.3}\right)}$, kjer je temperatura T podana v °C in tlak v Pa.
Koeficient snovske difuzivnosti D_{AB} = 24,2 x 10^{-6} $\mathrm{m^2\ s^{-1}}$
Gostota vode ρ_{vode} = 1000 kg $\mathrm{m^{-3}}$
Plinska konstanta za vodno paro R_{A} = 461,5 J $\mathrm{kg^{-1}\ K^{-1}}$
Povprečno Sherwood-ovo število glede na dolžino L = 1 m, $\overline{Sh} = 2479$

IZRAČUN:

Najprej iz enačbe za povprečno Sherwood-ovo število izračunamo povprečno snovsko prestopnost:

$$\overline{Sh} = \frac{\bar{\beta} \cdot L}{D_{\mathrm{AB}}} \quad \rightarrow \quad \bar{\beta} = \frac{\overline{Sh} \cdot D_{AB}}{L} = \frac{2479 \cdot 24.2 \cdot 10^{-6}}{1} = 0.06\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Nato določimo tlake nasičenja (Tetentsova enačba) ter parcialne tlake vodne pare pri temperaturah 2°C in 25°C:

$$p_{\mathrm{nas}}(T) = 610.78 \cdot e^{\frac{12.27 \cdot T}{T+237.3}}$$

$$p_{\mathrm{nas}}(2°C) = 610.78 \cdot e^{\frac{12.27 \cdot 2}{2+237.3}} = 676.7\ \mathrm{Pa}$$

$$p_{\mathrm{nas}}(25°C) = 610.78 \cdot e^{\frac{12.27 \cdot 25}{25+237.3}} = 1967\ \mathrm{Pa}$$

$$p_{\text{vodne pare}}(25°\text{C}, 30\%) = \varphi \cdot p_{\text{nas}} = 0.3 \cdot 1967 = 590.1 \text{ Pa}$$

Sedaj lahko izračunamo masni tok vodne pare iz vetrobranskega stekla v vpihovani zrak:

$$\dot{m} = \bar{\beta} \cdot A \cdot \left(\frac{p_{\text{nas}}(2°\text{C})}{R_{\text{A}} \cdot T_{\text{kond}}} - \frac{p_{\text{vodne pare}}}{R_{\text{A}} \cdot T_{\text{zrak}}}\right)$$

$$\dot{m} = 0.06 \cdot 1.5 \cdot \left(\frac{676.7}{461.5 \cdot 275} - \frac{590.1}{461.5 \cdot 298}\right) = 9.37 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Za izračun časa sušenja stekla potrebujemo še maso kondezata:

$$m_{\text{vode}} = \rho_{\text{vode}} \cdot V_{\text{vode}} = 1000 \cdot 0.0002 \cdot 1 \cdot 1.5 = 0.3 \text{ kg}$$

Tako lahko končno izračunamo potreben čas sušenja:

$$t = \frac{m_{\text{vode}}}{\dot{m}} = \frac{0.3}{9.37 \cdot 10^{-5}} = 3202 \text{ s} = 53.4 \text{ min}$$